

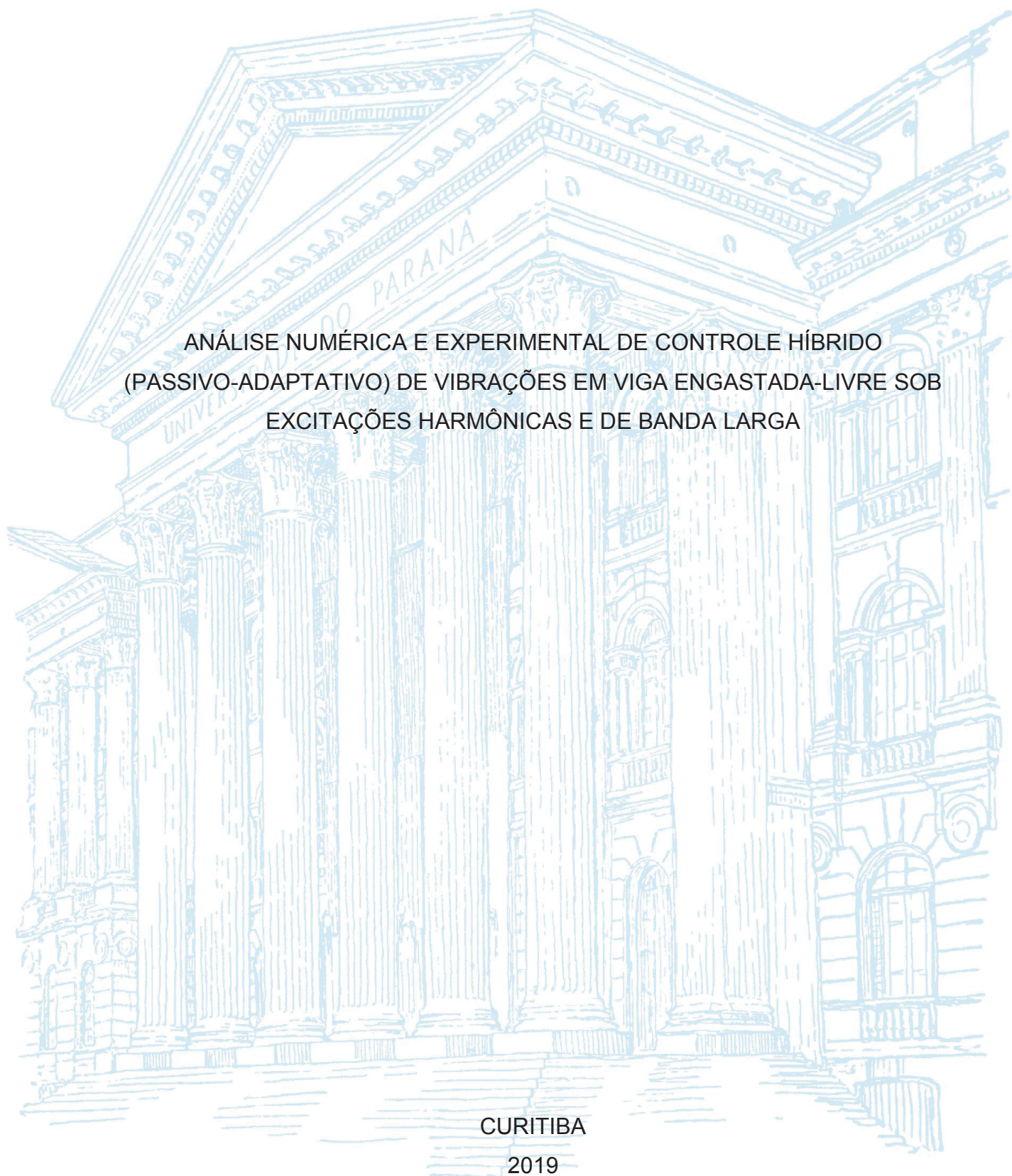
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MAURIZIO RADLOFF BARGHOUTH

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE CONTROLE HÍBRIDO
(PASSIVO-ADAPTATIVO) DE VIBRAÇÕES EM VIGA ENGASTADA-LIVRE SOB
EXCITAÇÕES HARMÔNICAS E DE BANDA LARGA

CURITIBA

2019



MAURIZIO RADLOFF BARGHOUTH

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE CONTROLE HÍBRIDO
(PASSIVO-ADAPTATIVO) DE VIBRAÇÕES EM VIGA ENGASTADA-LIVRE
SOB EXCITAÇÕES HARMÔNICAS E DE BANDA LARGA

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Eduardo Marcio de Oliveira Lopes, PHD.

Coorientador: Prof. Eduardo Luiz Ortiz Batista, Dr.Eng.

CURITIBA

2019

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

B251a Barghouthi, Maurizio Radloff
Análise numérica e experimental de controle híbrido (passivo-
adaptativo) de vibrações em viga engastada-livre sob excitações
harmônicas e de banda larga [recurso eletrônico] / Maurizio Radloff
Barghouthi – Curitiba, 2019.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia,
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica.

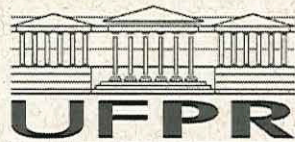
Orientador: Eduardo Marcio de Oliveira Lopes

Coorientador: Eduardo Luiz Ortiz Batista

1. Algoritmos. 2. Materiais viscoelásticos. 3. Materiais – controle
híbrido de vibrações. I. Universidade Federal do Paraná. II. Lopes,
Eduardo Marcio de Oliveira. III. Batista, Eduardo Luiz Ortiz. IV.
Título.

CDD: 531.4

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585




MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
MECÂNICA - 40001016040P5

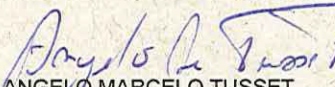
TERMO DE APROVAÇÃO


Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA MECÂNICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **MAURIZIO RADLOFF BARGHOUTH** intitulada: **ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE CONTROLE HÍBRIDO (PASSIVO-ADAPTATIVO) DE VIBRAÇÕES EM VIGA ENGASTADA-LIVRE SOB EXCITAÇÕES HARMÔNICAS E EM BANDA**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 14 de Fevereiro de 2019.


EDUARDO MARCIO DE OLIVEIRA LOPES
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)


ANGELO MARCELO TUSSET
Avaliador Externo (UFPR)


CARLOS ALBERTO BAYASTRI
Avaliador Interno (UFPR)

RESUMO

Sistemas mecânicos que apresentam vibrações excessivas requerem controle posto que essas vibrações podem comprometer o correto funcionamento dos sistemas e diminuir sua vida útil, além de prejudicar a saúde humana. Entende-se por controle de vibrações o conjunto de medidas que visam manter a resposta dinâmica de um sistema mecânico abaixo de níveis máximos considerados permitidos. O presente trabalho aborda o controle híbrido de vibração, implementado e investigado através de técnicas de simulação numérica e ensaios experimentais. Esse controle se dá pela junção de um tratamento de controle passivo, constituído por uma manta constricta de material viscoelástico, e por um esquema de controle ativo, composto por sensores, atuadores e uma unidade de controle com filtros digitais, em uma arquitetura por antecipação (*feedforward*) adaptativa, baseada no algoritmo FxNLMS. O sistema de controle híbrido é aplicado ao caso de uma viga metálica engastada-livre, sob excitações harmônica e em banda. As simulações numéricas são programadas no ambiente computacional LabVIEW, enquanto que o controle ativo-adaptativo é implementado através da plataforma NI CompactRIO. Mostra-se que, para perturbações estocásticas, o controle funciona de forma mais eficaz sem o filtro de caminho de *feedback*. Além disso, em simulações numéricas, observa-se que a inserção de amortecimento melhora a estabilidade da ação de controle, ampliando o limite máximo do passo de adaptação do algoritmo FxNLMS.

Palavras-chaves: Algoritmo FxLMS. Amortecimento por camada restrita. Arquitetura por antecipação adaptativa. Controle híbrido de vibrações. Material viscoelástico.

ABSTRACT

When mechanical systems are under excessive vibrations they require control, since those vibrations can compromise the proper functioning of the systems and reduce their lifetime, apart from impairing human health. Vibration control can be understood as a set of techniques that aim to maintain the dynamic response of a mechanical system below the allowed maximum levels. The present work presents a dissertation in which a hybrid vibration control method implemented and investigated through numerical simulation and experimentation. This method consists of a passive control treatment, comprising a constrained viscoelastic material layer, and an active-adaptive scheme, comprising sensors, actuators and a control unit with digital filters, in an adaptive feedforward architecture, based on the FxNLMS algorithm. The hybrid control method is applied to a cantilever metallic beam, under harmonic and band excitation forces. Numerical simulations are carried out in the LabVIEW computing environment, while the active-adaptive control is implemented through the NI CompactRIO platform. It is shown that, for stochastic perturbation, the control works most effectively without the feedback path filter. Furthermore, in numerical simulations, it is observed that the insertion of damping improves the stability of the control action, increasing the maximum limit for the adaptation step of the FxNLMS algorithm.

Key-words: Adaptive feedforward architecture. Constrained layer damping. FxLMS algorithm. Hybrid vibration control. Viscoelastic material.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – MÁQUINA EM VIBRAÇÃO	21
FIGURA 2 – SISTEMA MECÂNICO	22
FIGURA 3 – SISTEMA MECÂNICO DISCRETIZADO	23
FIGURA 4 – DESCRIÇÃO GERAL DO PROBLEMA	31
FIGURA 5 – SLIT COM ENTRADA IMPULSIVA E RESPOSTA AO IMPULSO .	34
FIGURA 6 – REALIZAÇÃO DE UM SLIT NO DOMÍNIO DO TEMPO	34
FIGURA 7 – REALIZAÇÃO DE UM SLIT NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA COM- PLEXA	36
FIGURA 8 – OPERADORES ELEMENTARES EM SINAIS CONTÍNUOS . . .	38
FIGURA 9 – OPERADORES DE DERIVAÇÃO E INTEGRAÇÃO EM TEMPO CONTÍNUO	39
FIGURA 10 – OPERADORES DE ATRASO E AVANÇO EM TEMPO DISCRETO	39
FIGURA 11 – SISTEMAS DE CONVERSÃO ENTRE SINAIS CONTÍNUOS E DISCRETOS NO TEMPO	40
FIGURA 12 – ELEMENTOS DE OPERAÇÃO EM SINAIS VETORIAIS	40
FIGURA 13 – ELEMENTO DE CONCATENAÇÃO E DESCONCATENAÇÃO VE- TORIAL	41
FIGURA 14 – ELEMENTO DE INDEXAÇÃO	41
FIGURA 15 – ELEMENTO DE SUBSTITUIÇÃO VETORIAL	42
FIGURA 16 – FILTRO FIR NO DOMÍNIO DO TEMPO	43
FIGURA 17 – FILTRO FIR NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	44
FIGURA 18 – FILTRO IIR VIA FORMA DIRETA II	44
FIGURA 19 – REALIZAÇÃO DE FILTRO IIR VIA FORMA DIRETA II	45
FIGURA 20 – REALIZAÇÃO DE FILTRO IIR EM SUA FORMA COMPACTA NO DOMÍNIO DO TEMPO	45
FIGURA 21 – REALIZAÇÃO DE UM SISTEMA EM TEMPO DISCRETO EQUI- VALENTE A UM EM TEMPO CONTÍNUO	46
FIGURA 22 – SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE	47
FIGURA 23 – POLOS DE $H(s)$ PARA SISTEMA MCK	49
FIGURA 24 – CURVAS DE $h_{mck}(t)$ PARA CADA CASO DE AMORTECIMENTO	51
FIGURA 25 – REALIZAÇÃO DE UM SISTEMA EM TEMPO DISCRETO EQUI- VALENTE A UM SISTEMA MCK	52
FIGURA 26 – REALIZAÇÃO IIR DE SM1GL NÃO AMORTECIDO	53
FIGURA 27 – REALIZAÇÃO IIR DE SM1GL SUBAMORTECIDO	54
FIGURA 28 – REALIZAÇÃO IIR DE SM1GL CRITICAMENTE AMORTECIDO .	55

FIGURA 29 – REALIZAÇÃO IIR DE SM1GL SUPERAMORTECIDO	56
FIGURA 30 – CURVAS DE $h_{mck}[n]$	58
FIGURA 31 – POLOS DE $H_{mck}[z]$	58
FIGURA 32 – FRF DAS EQUAÇÕES 2.92 E 2.93 PARA $f_n = 14 \text{ Hz}$	59
FIGURA 33 – FRF DAS EQUAÇÕES 2.92 E 2.93 PARA $f_n = 90 \text{ Hz}$	60
FIGURA 34 – REALIZAÇÃO FIR DE SM1GL	61
FIGURA 35 – TRANSFORMAÇÃO ENTRE COORDENADAS FÍSICAS E MODAIS.	64
FIGURA 36 – REALIZAÇÃO DE SMMGL EM TEMPO CONTÍNUO VERSÃO 1	65
FIGURA 37 – REALIZAÇÃO DE SMMGL EM TEMPO CONTÍNUO VERSÃO 2	65
FIGURA 38 – ENTRADA IMPULSIVA EM SMMGL EM TEMPO CONTÍNUO	66
FIGURA 39 – ENTRADA IMPULSIVA EM SMMGL NO DOMÍNIO DE LAPLACE	67
FIGURA 40 – REALIZAÇÃO DE SMMGL EM TEMPO DISCRETO	68
FIGURA 41 – REALIZAÇÃO DE SMMGL NO TEMPO DISCRETO 2	69
FIGURA 42 – ENTRADA IMPULSIVA EM SMMGL EM TEMPO DISCRETO	69
FIGURA 43 – ENTRADA IMPULSIVA EM SMMGL NO DOMÍNIO z	70
FIGURA 44 – VIGA ENGASTADA-LIVRE	71
FIGURA 45 – MODOS DE VIBRAR DE UMA VIGA ENGASTADA-LIVRE	73
FIGURA 46 – VIGA ENGASTADA-LIVRE DISCRETIZADA	73
FIGURA 47 – REALIZAÇÃO EM TEMPO DISCRETO DE UMA VIGA ENGASTADA LIVRE	75
FIGURA 48 – ARQUITETURA GENÉRICA DE UM SISTEMA DE CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES	76
FIGURA 49 – COMPONENTES DE UM SISTEMA DE CONTROLE <i>FEEDBACK</i>	77
FIGURA 50 – CONTROLE <i>FEEDBACK</i> EM SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE	78
FIGURA 51 – CONTROLE <i>FEEDBACK</i> EM SISTEMA COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	78
FIGURA 52 – SISTEMA DE OBSERVAÇÃO IMPLEMENTADO EM ARQUITETURA <i>FEEDBACK</i>	79
FIGURA 53 – CAMINHOS DE INTERESSE EM VIGA ENGASTADA LIVRE	80
FIGURA 54 – REPRESENTAÇÃO EM DIAGRAMA DE BLOCOS DO CONTROLE <i>FEEDFORWARD</i> APLICADO A SISTEMAS MECÂNICOS	81
FIGURA 55 – APLICAÇÃO PARA ADAPTATIVO	82
FIGURA 56 – FILTRO FIR ADAPTATIVO COM N COEFICIENTES	83
FIGURA 57 – REALIZAÇÃO DE UMA FILTRAGEM ADAPTATIVA VIA LMS	84
FIGURA 58 – DIAGRAMA BÁSICO CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES POR ANTECIPAÇÃO	85
FIGURA 59 – DIAGRAMA BÁSICO COM USO DO FxLMS	86

FIGURA 60 – EFEITO DO CAMINHO DE FEEDBACK NO ALGORITMO DE CONTROLE	87
FIGURA 61 – DIAGRAMA PARA CONTROLE DE VIBRAÇÕES POR ANTECIPAÇÃO	88
FIGURA 62 – SISTEMA DE IDENTIFICAÇÃO VIA FILTROS ADAPTATIVOS . .	89
FIGURA 63 – SISTEMA DE IDENTIFICAÇÃO VIA FILTROS ADAPTATIVOS - VIGA ENGASTADA LIVRE	90
FIGURA 64 – CONTROLE COMBINADO <i>FEEDBACK-FEEDFORWARD</i>	91
FIGURA 65 – SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE	93
FIGURA 66 – FRF E FRI DE SM1GL PARA DIFERENTES VALORES DE ζ . .	94
FIGURA 67 – FUNÇÕES $[W_1''(x)]^2$ E $[W_2''(x)]^2$ DE VIGA ENGASTADA-LIVRE .	97
FIGURA 68 – $\eta_{CA,i}$ EM FUNÇÃO DE e_{visc}/e_{viga}	98
FIGURA 69 – BANDA DE MEIA POTÊNCIA	98
FIGURA 70 – DIAGRAMA DE BLOCOS PARA SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES	100
FIGURA 71 – MONTAGEM EXPERIMENTAL PARA CONTROLE HÍBRIDO EM VIGA ENGASTADA-LIVRE	108
FIGURA 72 – MONTAGEM EXPERIMENTAL PARA IDENTIFICAÇÃO DE CAMINHOS	110
FIGURA 73 – MONTAGEM EXPERIMENTAL	112
FIGURA 74 – VIGA ENGASTADA LIVRE PROJETADA	112
FIGURA 75 – VIGA ENGASTADA LIVRE COM MANTA CONSTRIITA DE MATERIAL VISCOELÁSTICO	113
FIGURA 76 – PAINEL FRONTAL DA VI PRINCIPAL, DO COMPUTADOR HOSPEDEIRO, PARA IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMA	115
FIGURA 77 – PAINEL FRONTAL DA VI PRINCIPAL DO ALGORITMO DE IDENTIFICAÇÃO	116
FIGURA 78 – PAINEL FRONTAL DO VI PRINCIPAL PARA CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES	118
FIGURA 79 – FILTRO DE CAMINHO SECUNDÁRIO, PRIMEIRO MODO	122
FIGURA 80 – FILTRO DE CAMINHO SECUNDÁRIO, SEGUNDO MODO	122
FIGURA 81 – FILTRO DE CAMINHO SECUNDÁRIO, PRIMEIRO E SEGUNDO MODOS	123
FIGURA 82 – RESULTADO DE &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1,0&	126
FIGURA 83 – RESULTADO DE &Exp_ViscC_Harm_R_M1_2500x0,2&	126
FIGURA 84 – RESULTADO DE &Sim_ViscC_Harm_PR_M1_2500x1,0&	127
FIGURA 85 – RESULTADO DE &Exp_NVisc_Harm_PR_M1_2500x1,0&	127
FIGURA 86 – RESULTADO DE &Sim_ViscC_Harm_R_M2_2500x1,0&	128

FIGURA 87 – RESULTADO DE &Exp_NVisc_Harm_R_M2_2500x0,1&	128
FIGURA 88 – RESULTADO DE &Sim_NVisc_Harm_PR_M2_2500x1,0&	129
FIGURA 89 – RESULTADO DE &Exp_Visc_Harm_PR_M2_2500x0,2&	129
FIGURA 90 – RESULTADO DE &Sim_NVisc_Band_M1_2500x0,0&	130
FIGURA 91 – RESULTADO DE &Exp_NVisc_Band_M1_2500x0,0&	130
FIGURA 92 – RESULTADO DE &Sim_NVisc_Band_M2_2500x0,0&	131
FIGURA 93 – RESULTADO DE &Exp_NVisc_Band_M2_2500x0,0&	131
FIGURA 94 – RESULTADO DE &Sim_ViscC_Band_M1-2_2500x0,0&	132
FIGURA 95 – RESULTADO DE &Exp_ViscC_Band_M1-2_2500x0,0&	132
FIGURA 96 – K_{red} EM FUNÇÃO DE K_{feed} E DO TIPO DE PERTURBAÇÃO HARMÔNICA, ETAPAS 1 E 2	133
FIGURA 97 – K_{red} EM FUNÇÃO DE K_{feed} E DO TIPO DE PERTURBAÇÃO HARMÔNICA, ETAPAS 3 E 4	134
FIGURA 98 – K_{red} EM FUNÇÃO DE K_{feed} E DO TIPO DE PERTURBAÇÃO EM BANDA, ETAPAS 1 E 2	135
FIGURA 99 – K_{red} EM FUNÇÃO DE K_{feed} E DO TIPO DE PERTURBAÇÃO EM BANDA , ETAPAS 3 E 4	135
FIGURA 100–INTRODUÇÃO DE MALHA FECHADA NA DESATIVAÇÃO DO FILTRO DE <i>FEEDBACK</i>	137
FIGURA 101–SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO PARA $\mu = 0,002$ E $\zeta =$ $0,0065$	138
FIGURA 102–FFT DE $e[n]$ EM INTERVALOS ESPECIFICADOS PARA SIMULA- ÇÃO &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& ($\mu = 0,002$ E $\zeta = 0,0065$)	138
FIGURA 103–SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO PARA $\mu = 0,009$ E $\zeta =$ $0,0065$	139
FIGURA 104–FFT DE $e[n]$ EM INTERVALOS ESPECIFICADOS PARA SIMULA- ÇÃO &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& ($\mu = 0,09$)	139
FIGURA 105–SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO $\mu = 0,0106$ E $\zeta = 0,0065$.	140
FIGURA 106–FFT DE $e[n]$ EM INTERVALOS ESPECIFICADOS PARA SIMULA- ÇÃO &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& ($\mu = 0,0106$)	140
FIGURA 107–SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO $\mu = 0,1$ E $\zeta = 0,1$	141
FIGURA 108–FFT DE $e[n]$ EM INTERVALOS ESPECIFICADOS PARA SIMU- LAÇÃO &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& ($\mu = 0,1$ E $\zeta = 0,1$)	141
FIGURA 109–ESPALHAMENTO ESPECTRAL DAS FORÇAS MODAIS	143
FIGURA A.1–DIAGRAMA DE BLOCOS DO ALGORITMO PARA IDENTIFICA- ÇÃO OFFLINE EM LABVIEW	152
FIGURA A.2–DIAGRAMA DE BLOCOS DO ALGORITMO PARA CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES EM LABVIEW	153

FIGURA A.3–DIAGRAMA DE BLOCOS DO LAÇO DETERMINISTA	154
FIGURA B.1–DIAGRAMA DE BLOCOS PARA SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES	171
FIGURA B.2–PAINEL FRONTAL PARA SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES	172

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – FREQUÊNCIAS NATURAIS E FATORES DE AMORTECIMENTO EM SIMULAÇÃO NUMÉRICA	104
TABELA 2 – PARÂMETROS DA VIGA EM SIMULAÇÃO NUMÉRICA	105
TABELA 3 – PARÂMETROS DA UNIDADE DE CONTROLE NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA	105
TABELA 4 – POSIÇÃO DOS SINAIS AO LONGO DOS ELEMENTOS DA VIGA	105
TABELA 5 – PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DE K_{red} E K_{conv}	106
TABELA 6 – FREQUÊNCIAS NATURAIS TEÓRICAS DA VIGA DO EXPERIMENTO	113
TABELA 7 – PARÂMETROS DA IDENTIFICAÇÃO NOS EXPERIMENTOS . .	119
TABELA 8 – PARÂMETROS DA UNIDADE DE CONTROLE NOS EXPERIMENTOS	119
TABELA 9 – POSIÇÕES DOS SENSORES E ATUADORES AO LONGO DA VIGA NOS EXPERIMENTOS	119
TABELA 10 – RESULTADOS DE ENSAIO DE IMPACTO MODAL	121
TABELA 11 – TAGS E SEU SIGNIFICADO NA ESPECIFICAÇÃO DE RESULTADOS	124
TABELA B.1 – TAGS E SEU SIGNIFICADO NA ESPECIFICAÇÃO DE RESULTADOS	156
TABELA B.2 – TAGS E SEUS SIGNIFICADOS- PARÂMETROS DE ANÁLISE DE RESULTADOS	157
TABELA B.3 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_NVisc_#_#_#_#&, ETAPAS 1 E 2	158
TABELA B.4 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_NVisc_#_#_#_#&, ETAPAS 3 E 4	159
TABELA B.5 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_Visc_#_#_#_#&, ETAPAS 1 E 2	160
TABELA B.6 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_Visc_#_#_#_#&, ETAPAS 3 E 4	161
TABELA B.7 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_ViscC_#_#_#_#&, ETAPAS 1 E 2	162
TABELA B.8 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_ViscC_#_#_#_#&, ETAPAS 3 E 4	163
TABELA B.9 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_NVisc_#_#_#_#&, ETAPAS 1 E 2	164

TABELA B.10-CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_NVisc_#_#_#_#&, ETA- PAS 3 E 4	165
TABELA B.11-CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_Visc_#_#_#_#&,ETAPAS 1 E 2	166
TABELA B.12-CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_Visc_#_#_#_#&, ETA- PAS 3 E 4	167
TABELA B.13-CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_ViscC_#_#_#_#&, ETA- PAS 1 E 2	168
TABELA B.14-CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_ViscC_#_#_#_#&, ETA- PAS 3 E 4	169

LISTA DE ABREVIATURAS E DE SIGLAS

AR Auto regressivo.

C/D Contínuo para discreto.

CAAV Controle Ativo Adaptativo de Vibrações.

D/C Discreto para contínuo.

DSP *Digital Signal Processing.*

FIR *Finite Impulse Response.*

FRF Função Resposta em Frequência.

FRI Função Resposta ao Impulso.

FRP Função Resposta Pulsada.

FxLMS *Filtered-x Least Mean Square.*

FxNLMS *Filtered-x Normalized Least Mean Square.*

IIR *Infinite Impulse Response.*

IRCAA Instabilidade Ressonante em Controle Ativo Adaptativo.

LMS *Least Mean Square.*

MCK Sistema Massa-Mola-Amortecedor viscoso.

MIMO Múltiplas Entradas Múltiplas Saídas (*Multiple-Input Multiple-Output*).

MSD Método *Steepest Descent*.

MSE Erro Quadrático Médio (*Mean Squared Error*).

SISO Única Entrada Única Saída (*Single-Input Single-Output*).

SLIT Sistema Linear Invariante no Tempo.

SM1GL Sistema Mecânico com um Grau de Liberdade.

SMMGL Sistema Mecânico com Múltiplos Graus de Liberdade.

LISTA DE SÍMBOLOS

$f(t)$	Sinal de força.
t	Tempo.
$\delta(t)$	Impulso.
$h(t)$	Resposta ao impulso.
$\delta(n)$	Pulso.
$h(n)$	Resposta pulsada.
$1(t)$	Função degrau unitária.
$1(n)$	Função degrau unitária pulsada.
$H(s)$	Função de transferência.
$H(z)$	Função de transferência pulsada.
ω	Frequência circular em tempo contínuo.
Ω	Frequência circular em tempo discreto.
σ	Frequência neperiana em tempo contínuo.
α	Frequência neperiana em tempo discreto.
m	Massa.
k	Rigidez.
c	Amortecimento.
M	Matriz de massa.
K	Matriz de rigidez.
C	Matriz de amortecimento.
ω_n	Frequência natural circular.
f_n	Frequência natural em Hz .
ζ	Fator de amortecimento.
ω_d	Frequência natural amortecida circular.

$h_{mck}(t)$	FRI de um SM1GL em tempo contínuo.
$h_{namort}(t)$	FRI de um SM1GL em tempo contínuo para o caso não amortecido.
$h_{sub}(t)$	FRI de um SM1GL em tempo contínuo para o caso subamortecido.
$h_{crit}(t)$	FRI de um SM1GL em tempo contínuo para o caso criticamente amortecido.
$h_{super}(t)$	FRI de um SM1GL em tempo contínuo para o caso superamortecido.
$h_{mck}(n)$	FRI de um SM1GL em tempo discreto.
$h_{namort}(n)$	FRI de um SM1GL em tempo discreto para o caso não amortecido.
$h_{sub}(n)$	FRI de um SM1GL em tempo discreto para o caso subamortecido.
$h_{crit}(n)$	FRI de um SM1GL em tempo discreto para o caso criticamente amortecido.
$h_{super}(n)$	FRI de um SM1GL em tempo discreto para o caso superamortecido.
\mathbf{U}	Matriz modal.
Λ	Matriz proveniente de um processo de diagonalização.
$\mathbf{r}(t)$	Sinal vetorial de deslocamento em coordenadas modais.
$\mathbf{f}_{modal}(t)$	Sinal vetorial de forças em coordenadas modais.
f_a	Frequência de amostragem.
T	Período de amostragem.
f_{ny}	Frequência de Nyquest.
$v(x, t)$	Deflexão.
\mathbf{v}_e	Vetor de Deflexão.
E	Módulo de elasticidade.
I	Momento de inercia.
a_{viga}	Largura da viga.
e_{viga}	Espessura da viga.
A	Área da seção transversal.
ρ	Densidade.

A	Matriz de flexibilidade.
$M(x)$	Momento fletor.
$W(x)$	Modo de vibrar.
$\mathbf{w}(n)$	Coeficientes do filtro adaptativo.
$e(n)$	Sinal de erro.
$d(n)$	Sinal desejado.
R	Matriz de autocorrelação.
ξ	Função de Performance.
μ	Passo de adaptação de algoritmo adaptativos.
ϵ	Fator de penalidade.
$x'(n)$	Sinal de referência filtrado.
$W(z)$	Filtro FIR adaptativo.
$P(z)$	Caminho primário.
$S(z)$	Caminho secundário.
$F(z)$	Caminho de <i>feedback</i> .
$\hat{S}(z)$	Filtro de caminho secundário.
$\hat{F}(z)$	Filtro de caminho de <i>feedback</i> .
$f_{per}(n)$	Força de perturbação.
$f_{cont}(n)$	Força de controle.
$a_{ref}(t)$	Aceleração de referência.
$a_{erro}(t)$	Aceleração de erro.
$p(t)$	Sinal de perturbação.
$c(t)$	Sinal de controle.
K_{Amp}	Coeficiente do amplificador.
$\eta_{CA.i}$	Fator de perda do i -ésimo modo de vibrar na configuração com adição de amortecimento.

η_{visc}	Fator de perda por extensão do material viscoelástico.
U_D	O maior valor de energia potencial armazenada no material viscoelástico na viga.
U_B	O maior valor de energia potencial armazenada na viga.
$ r_i ^2$	Módulo da coordenada modal.
$E_D I_D$	Rigidez complexa de flexão do material viscoelástico.
$E_V I_V$	Rigidez de flexão da viga.
γ_{visc}	Fator de eficiência de posicionamento de tratamento com manta viscoelástica.
e_{visc}	Espessura do material viscoelástico.
$e_{H_\mu}^2(n)$	Média de $e^2(n)$ estimada pelo filtro H_μ
K_{feed}	Fator de <i>feedback</i>
K_{conv}	Fator de convergência.
T_{conv}	Tempo de convergência.
N_μ	Número de amostras para computar média.
$\%R$	Fator de redução de convergência.
μ_p	Média das últimas N_μ amostras das etapas onde ocorrem apenas a ação da perturbação no sistema.
μ_c	Média das últimas N_μ amostras das etapas onde ocorrem a ação da perturbação e do sistema de controle.
$H_\mu(z)$	Filtro IIR auto recursivo que estima a média de um sinal.
N_{feed}	Número de coeficientes no filtro de <i>feedback</i> .
I	Matriz identidade.
$E(\cdot)$	Operador valor esperado.
$tr(\cdot)$	Operador traço de matriz.
j	$\sqrt{-1}$.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	22
1.1.1	Sinais e Sistemas Mecânicos	22
1.1.2	Controle de Vibrações	24
1.1.2.1	Controle Passivo de Vibrações	24
1.1.2.2	Controle Ativo de Vibração	25
1.1.2.3	Controle Híbrido	26
1.1.2.4	Controle semi-ativo	27
1.1.3	Trabalhos Correlatos	27
1.2	OBJETIVOS	29
1.3	JUSTIFICATIVAS	30
1.4	DESCRIÇÃO GERAL DA SITUAÇÃO	31
1.5	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	31
2	SISTEMAS MECÂNICOS E EMULAÇÃO DIGITAL	33
2.1	ANÁLISE DE SISTEMAS LINEARES NOS DOMÍNIOS DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA	33
2.1.1	Funções Características	33
2.1.2	Elementos Básicos de Diagramas de Blocos	38
2.2	FILTROS DIGITAIS	42
2.2.1	Arquitetura de Filtros Digitais Lineares	42
2.2.2	Implementação de Filtros FIR e IIR por Diagramas de Blocos	43
2.3	EMULAÇÃO DE SISTEMAS CONTÍNUOS ATRAVÉS DE FILTROS	46
2.4	SISTEMA MECÂNICO COM UM GRAU DE LIBERDADE	47
2.5	EMULAÇÃO DE SISTEMA MECÂNICO COM UM GRAU DE LIBERDADE	52
2.6	SISTEMA MECÂNICO COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	61
2.6.1	Solução por Análise Modal	62
2.6.2	Funções Resposta ao Impulso, Funções de Transferência e Funções Resposta em Frequência de um Sistema com Múltiplos Graus de Liberdade (Tempo Contínuo)	65
2.7	EMULAÇÃO DE SISTEMA MECÂNICO COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	68
2.7.1	Visão Geral	68

2.7.2	Funções Resposta Pulsada, Funções de Transferência Pulsada e Funções Resposta em Frequência de um Sistema com Múltiplos Graus de Liberdade (Tempo Discreto)	69
2.8	MODELO DE UMA VIGA ENGASTADA LIVRE	71
3	CONTROLE DE VIBRAÇÕES	76
3.1	CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES	76
3.1.1	Arquitetura por Retroalimentação	77
3.1.2	Arquitetura por Antecipação	79
3.1.2.1	Visão Geral	79
3.1.2.2	Filtros Adaptativos e Algoritmo LMS	81
3.1.2.3	Algoritmo FxLMS	85
3.1.2.4	Caminho de <i>Feedback</i> e Caminho Secundário	89
3.1.3	Arquitetura por Retroalimentação e Antecipação	91
3.2	CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES	91
3.2.1	Efeito de Adição de Amortecimento	92
3.2.2	Adição de amortecimento através de mantas de material viscoelástico .	95
3.2.3	Estimação do fator amortecimento através de banda de meia potência .	98
4	METODOLOGIA	99
4.1	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	99
4.1.1	Visão Esquemática Geral	99
4.1.2	Etapas e Condição de Execução	102
4.1.3	Procedimento de Análise	105
4.2	ENSAIOS EXPERIMENTAIS	107
4.2.1	Visão Esquemática Geral	107
4.2.2	Componentes da Montagem Experimental	111
4.2.3	Implementação de Algoritmos	113
4.2.4	Procedimentos de Ensaios e de Análise	119
5	APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS	121
5.1	RESULTADOS DE ENSAIO MODAL NA VIGA	121
5.2	RESULTADOS DE IDENTIFICAÇÃO DE CAMINHOS SECUNDÁRIOS .	121
5.3	RESULTADOS DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES	124
5.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	136
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	145
	REFERÊNCIAS	147

APÊNDICES	151
APÊNDICE A	DIAGRAMAS DE BLOCOS EM LABVIEW 152
A.1	IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMA 152
A.2	CONTROLE ATIVO 152
APÊNDICE B	SIMULAÇÕES E EXPERIMENTOS - TABULAÇÕES DE RESULTADOS 156
APÊNDICE C	IMPLEMENTAÇÃO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE CON- TROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES EM LABVIEW 170

1 INTRODUÇÃO

Vibrações estão comumente presentes no cotidiano humano, em seus mais variados setores. Por exemplo, no corpo humano, oscilações de baixa frequência ocorrem nos pulmões e no coração, enquanto oscilações de alta frequência ocorrem no sistema auditivo. Muitos sistemas construídos pelo ser humano também estão sujeitos às vibrações, ou à sua geração. Por exemplo, qualquer desbalanceamento em máquinas equipadas com peças rotativas, tais como ventiladores, tornos, turbinas, bombas centrífugas e prensas rotativas, pode causar vibrações (vide FIGURA 1).

FIGURA 1 – MÁQUINA EM VIBRAÇÃO



FONTE: <http://eletroesters.blogspot.com/2015/02/para-que-serve-analise-de-vibracao.html>

Sistemas mecânicos que apresentam vibrações excessivas requerem controle, para que se possa, dentre outras ações, aumentar sua vida à fadiga. Entende-se por controle de vibrações o conjunto de medidas que visam manter a resposta dinâmica de um sistema mecânico abaixo de níveis máximos considerados permitidos. As mais diversas máquinas podem necessitar de controle de vibrações para funcionar corretamente. Normas internacionais como a ISO 2372 e a ISO 4866, que tratam, respectivamente, da severidade da vibração em máquinas e em edifícios ou estruturas (RAO, 2016), podem ser utilizadas para verificar se o comportamento observado atende a patamares satisfatórios.

Nesta dissertação, será abordado, tanto em simulações numéricas quanto em ensaios experimentais, o controle de vibrações de uma viga metálica engastada-livre, submetida a excitações de banda larga e harmônicas, utilizando uma estratégia de controle híbrido (passivo-ativo/adaptativo). Esse controle combina um tratamento passivo, constituído por manta de material viscoelástico, com um subsistema ativo/adaptativo, implementado com arquitetura *feedforward*, através de filtros digitais não recursivos FIR e algoritmo FxLMS. São associadas, dessa forma, a praticidade e a robustez do pri-

meio com a flexibilidade e adaptabilidade do segundo, permitindo maior confiabilidade e eficácia, com elevado nível de controle.

As características específicas da dissertação, que dá continuidade aos trabalhos executados por Coan Jr (2005), Gontijo (2008), Marra (2007) e Schwarz (2016), são a simulação numérica do controle híbrido através do ambiente LabVIEW, a execução de experimentos, com atuadores magnéticos, através plataforma associada NI CompactRIO e uma investigação do comportamento do sistema ao ponderar, por valores entre 0 e 1, o sinal de saída do filtro de feedback no algoritmo de controle. Tanto na simulação numérica como na parte experimental é analisada a eficiência na atenuação de vibração nas configurações: sem controle, apenas com controle passivo, apenas com controle ativo e com controle híbrido.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

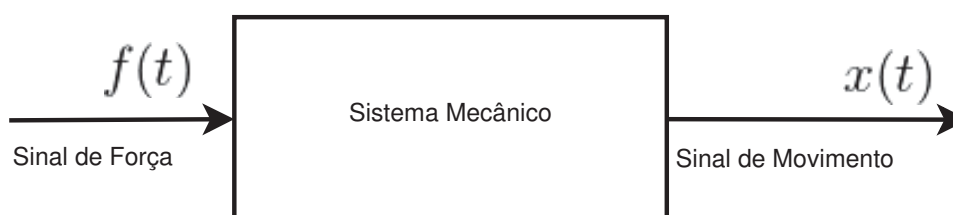
1.1.1 Sinais e Sistemas Mecânicos

Um sinal é uma função que carrega informações sobre o comportamento ou os atributos de certo fenômeno (WIKIPEDIA CONTRIBUTORS, 2019). Como exemplo, podem ser citados sinais de temperatura, pressão, deslocamento, diferença de potencial elétrico (tensão) e vazão, dentre outros. Neste trabalho, os sinais de maior interesse são os de força e movimento, sendo que estes últimos podem ser sinais de deslocamento, velocidade e/ou aceleração.

Um sistema é uma entidade que processa um conjunto de sinais de entrada, resultando em outro conjunto de sinais de saída. Sistemas são, quando implementados na forma de hardware, um conjunto de componentes físicos integrados, com natureza mecânica, elétrica e térmica, dentre outras. Quando implementados na forma de software, são algoritmos. Além de sinais de entrada e saída, um sistema apresenta sinais de estado, os quais caracterizam o estado do sistema ao longo do seu funcionamento.

Os sistemas mecânicos, de forma elementar, processam um sinal temporal de força como entrada, e geram um sinal temporal de movimento como saída. Essa descrição é ilustrada na FIGURA 2.

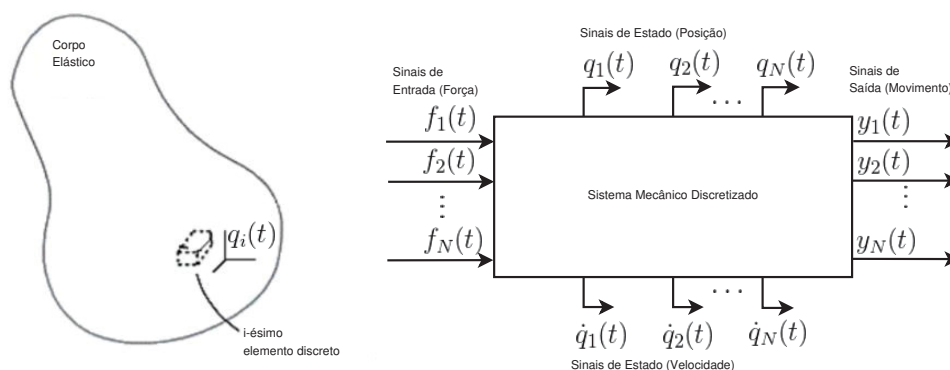
FIGURA 2 – SISTEMA MECÂNICO



FONTE: o autor.

Caso o sistema mecânico seja discretizado espacialmente, e para cada elemento discreto for fixado um conjunto de coordenadas generalizadas, cada um desses elementos poderá possuir um sinal de força em um terminal de entrada e um sinal de movimento em um terminal de saída (vide FIGURA 3). Caracteriza-se assim um sistema de Múltiplas-Entradas e Múltiplas-Saídas (ou MIMO, do inglês *Multiple-Input Multiple-Output*).

FIGURA 3 – SISTEMA MECÂNICO DISCRETIZADO



FONTE: o autor.

Sistemas mecânicos também podem ser formulados de forma inversa à descrita acima. Neste caso, os sinais de entrada são deslocamentos e os sinais de saída, e de estado, são forças. Um exemplo desta situação é o modelo de mola linear, que obedece a lei de Hooke dada por

$$f_{el} = kx \quad (1.1)$$

onde k é a constante de rigidez da mola, x (sinal de entrada) é o deslocamento que ela é submetida em relação à posição de equilíbrio estático, e f_{el} (sinal de saída) é a força elástica de reação.

Os sistemas, em geral, podem ser classificados nas seguinte categorias (LATHI, 2005):

- Sistemas lineares ou não lineares:

Linearidade, em sistemas, implica que eles obedecem o princípio da superposição.

- Sistemas com parâmetros constantes ou com parâmetros variáveis no tempo:

As características dos elementos que constituem um sistema podem, ou não, variar com o tempo.

- Sistemas instantâneos (sem memória) ou dinâmicos (com memória):

Memória, em sistemas, implica que uma saída depende do histórico de entradas e saídas passadas.

- Sistema em tempo contínuo ou em tempo discreto:

Sistemas em tempo discreto processam sinais discretos no tempo, ao passo que sistemas contínuos no tempo processam sinais contínuos no tempo.

- Sistemas SISO (do inglês, single-input single-output), MIMO (multiple-input multiple-output), MISO (—), ou SIMO (—):

Essa classificação de sistemas é feita em função do número de sinais de entrada e saída.

- Sistemas inversíveis ou não inversíveis:

Inversibilidade, em um sistema, implica que a suas entradas podem ser recuperadas através de suas saídas por um processo executado pelo seu próprio sistema inverso.

- Sistemas estáveis ou instáveis:

Estabilidade, em um sistema, implica que a suas respostas ao impulso $h(t)$ possui a propriedade $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 0$ (o conceito de resposta ao impulso será discutido no capítulo 2).

- Sistemas causais ou não causais:

Causalidade, em um sistema, implica que suas saídas não depende das entradas e saídas futuras.

1.1.2 Controle de Vibrações

Controle de vibrações pode ser definido como um conjunto de técnicas que visam reduzir vibrações que ocorrem em sistemas mecânicos, por fontes de perturbação indesejáveis. É possível estabelecer quatro classes mais comuns de controle de vibrações: controle passivo, controle ativo, controle híbrido e controle semi-ativo. Tais classes são discutidas em mais detalhes nas próximas seções.

1.1.2.1 Controle Passivo de Vibrações

O controle passivo de vibrações engloba procedimentos que, via de regra, promovem a modificação de parâmetros estruturais do sistema mecânico (rigidez e/ou massa e/ou amortecimento). Este tipo de controle oferece as vantagens de ser robusto, desprovido de fonte de energia externa e de baixo custo (COAN JR, 2005). Uma vez aplicadas as medidas correspondentes, não há mais como realizar alterações em

tempo real, o que constitui a maior desvantagem deste tipo de controle. Uma medida de controle passivo de vibrações pode atuar: (1) sobre a excitação; (2) sobre o sistema.

Na atuação sobre a excitação, busca-se reduzir especificamente a sua amplitude, como no caso do desbalanceamento, ou alterar, de forma mais ampla, a composição do seu espectro. Já quando se atua sobre o sistema, recorre-se, em geral, às seguintes medidas clássicas: alteração de rigidez, alteração de massa, introdução de amortecimento, dessintonização, isolamento e neutralização.

No presente trabalho, a medida de controle passivo de interesse, face a sua ampla utilização, é a introdução de amortecimento através de manta constrita de material viscoelástico. Essa manta é aplicada diretamente sobre a viga, sendo coberta, para constrição, por uma lâmina metálica.

1.1.2.2 Controle Ativo de Vibração

O controle ativo de vibrações se caracteriza pela introdução, no sistema mecânico, através de seus terminais de entrada, de forças de controle provenientes de fontes de potência. Estas forças possuem o objetivo de produzir efeitos que amenizem, em certo grau, as vibrações indesejáveis geradas pelas fontes de perturbação. Uma desvantagem desta abordagem está no fato de que uma eventual falta de energia no equipamento de controle, ou uma incapacidade da fonte de controle em gerar a potência necessária para a realização da ação desejada.

Os principais componentes de um sistema básico de controle ativo são sensores, unidade de controle, atuadores e amplificadores (FULLER; ELLIOTT; NELSON, 1996). A função de cada um destes componentes está listado abaixo.

- Sensores: medir a vibração em um ponto desejado do sistema (ou planta) sob controle.
- Unidade de Controle (ou controlador): através do processamento das informações captadas pelos sensores, gerar o sinal de controle.
- Amplificadores: amplificar a potência do sinal de controle por um dado fator multiplicativo.
- Atuadores: Transformar a grandeza do sinal proveniente do amplificador, normalmente elétrico, em um sinal de força. Está força é denominada força de controle e visa reduzir a vibração global tanto quanto possível.

O processamento de sinais feito pela unidade de controle pode ser realizado via computacional, através de um algoritmo, ou através de elementos da eletrônica analógica, ou seja, através de capacitores, resistores, amplificadores operacionais, indutores,

transistores, dentre outros. Os algoritmos de controle (computacional) apresentam-se sob as abordagens básicas *feedback* e *feedforward* ou ainda sob a abordagem combinada *feedback-feedforward*. Nesta dissertação, o interesse de investigação recai na abordagem *feedforward*, face à possibilidade de uso de informação relacionadas à excitação.

A arquitetura *feedforward* emprega técnicas de processamento digital de sinais ou “DSP” (do inglês *Digital Signal Processing*), através do uso dos sistemas discretos no tempo conhecidos como filtros. Os filtros são capazes de processar sinais discretos de entrada, segundo algumas regras pré-determinadas, disponibilizando, em decorrência, os sinais discretos de saída correspondentes. Este processamento é realizado através da multiplicação do histórico das amostras passadas e presentes dos sinais de entrada e saída pelos coeficientes destes filtros. Os filtros são tipicamente implementados sob duas estruturas, denominadas FIR e IIR, que serão discutidas mais adiante nesta dissertação. Os filtros podem também estar em uma configuração adaptativa ou estática. A configuração estática consiste em coeficientes que não variam com o tempo. Já a configuração adaptativa corresponde a coeficientes variáveis no tempo, que são ajustados por intermédio de um algoritmo adequado.

Face ao uso de filtros adaptativos na arquitetura *feedforward* esta abordagem se configura como controle ativo-adaptativo de vibrações (CAAV). Assim sendo, há, em tese, a possibilidade de atuar sempre numa condição mais favorável de operação, independentemente das variações de carregamento e ambiente.

1.1.2.3 Controle Híbrido

Diante das limitações particulares de cada uma dessas vertentes de controle, surge o controle híbrido de vibrações. Nessa classe, se utiliza o controle passivo e o controle ativo como subsistemas, agindo simultaneamente sobre o sistema mecânico de interesse. Um sistema global, trabalhando simultaneamente com as duas estratégias de controle, oferece a robustez e a praticidade da ação passiva com a flexibilidade e adaptabilidade da ação ativa/adaptativa (MARRA, 2007), (MARRA et al., 2016).

Três grandes vantagens relacionadas com essa associação de subsistemas são: (1) A redução de vibração obtida com o controle passivo pode minimizar a dependência da fonte externa de potência do controle ativo; (2) O subsistema ativo adaptativo pode manter um nível ótimo de controle, mesmo que uma eventual mudança no ambiente afete o comportamento do passivo (algo frequente quando se emprega materiais viscoelásticos); (3) Caso ocorra uma perda de desempenho ou mesmo uma falha em um dos controles, o outro segue funcionando, podendo manter um nível de controle aceitável, o que torna a ação global de controle significativamente mais segura.

1.1.2.4 Controle semi-ativo

Os atuadores semi-ativos são caracterizados por ter propriedades mecânicas que podem ser alteradas dinamicamente pela aplicação de um sinal de controle. Assim sendo, eles podem ser vistos como dispositivos passivos controláveis visto que sua ação é restrita, em essência, a armazenar ou dissipar energia. Esses atuadores podem ser construídos, por exemplo, pelo uso de fluidos eletroreológicos ou ligas de memória de forma. Mais informações podem ser encontradas em Fuller, Elliott e Nelson (1996).

1.1.3 Trabalhos Correlatos

Varadan e Lim (1996), através de um modelo de elementos finitos tridimensional, previram os efeitos de amortecimento ativo/passivo em uma estrutura vibratória. O exemplo utilizado foi uma viga contendo uma camada de material viscoelástico intercalada entre um atuador piezoelétrico e a estrutura de base. Este arranjo híbrido é conhecido como amortecedor de camada constrita ativa (ACLD, de *Active Constrained Layer Damper*). Comparações foram feitas entre camada constrita ativa e camadas constritas puramente passivas (PCLD, de *Passive Constrained Layer Damper*). Os resultados obtidos demonstram que o ACLD é melhor para supressão de vibração do que o sistema puramente passivo ou ativo, e proporciona maior amortecimento estrutural com maior controle, quando comparado ao sistema puramente ativo.

Coan Jr (2005) implementou um esquema de controle misto (híbrido) em uma viga metálica sob excitação harmônica e temperatura ambiente variável, empregando um neutralizador dinâmico viscoelástico e filtros adaptativos FIR. Seu trabalho, além de reforçar que o neutralizador viscoelástico pode ser construído de forma bastante eficaz, aponta para o fato de que dessintonização provocada pela mudança da temperatura pode ser superada com a estratégia de controle híbrido.

A contribuição de Gontijo (2008) consistiu na avaliação do desempenho de um sistema de controle ativo/adaptativo de vibrações com diferentes versões aprimoradas do algoritmo LMS. A exigência nas aplicações práticas de filtragem adaptativa envolve a velocidade de convergência, a complexidade computacional e a robustez do algoritmo. A diferença nesses novos algoritmos residia na necessidade de ajuste dos parâmetros envolvendo, por exemplo, o número de coeficientes, o passo de adaptação e o fator de perdas. Dentre os algoritmos avaliados, destaca-se o algoritmo com utilização da estratégia de ajuste automático do fator de perdas e do passo de adaptação.

Em Marra (2007) e Marra et al. (2016), um sistema de controle híbrido de vibração foi implementado em uma viga metálica biapoiada, sob excitação de banda larga de frequência e variação de temperatura ambiente. Mostra-se que, também nesse caso, apesar da dessintonização sofrida pelo neutralizador viscoelástico diante da

variação térmica, o sistema híbrido sustenta uma expressiva ação de controle. Nesse trabalho, como nos de Coan Jr (2005) e Gontijo (2008), a medição do sinal de referência se deu de forma indireta, pela resposta do sistema, exigindo também a modelagem do caminhos de *feedback* para estimar corretamente o sinal de excitação primária. Reforça-se que a capacidade de adaptação é muito importante para compensar as modificações do sistema e ainda alguns erros de modelagem ou imprecisão, fortalecendo a inserção do controle ativo-adaptativo.

Vasques e Rodriques (2007) aplicaram o controle adaptativo *feedforward* de vibração de uma viga com dois tratamentos híbridos de amortecimento ativo-passivo híbridos distintos. Essas configurações são ditas ACLD e AD/PCLD. Na primeira configuração, os sistemas ativo e passivo estão conectados em conjunto único, denominado como acoplamento do tipo sanduíche. Já na segunda configuração, esses sistemas estão implementados de forma separada, um através de um tratamento de amortecimento de camadas restritivas passivas (PCLD) e outro através de um tratamento de amortecimento ativo (AD, de *Active Damping*), produzindo uma configuração AD / PCLD. O objetivo foi comparar os desempenhos de amortecimento previstos e medidos dos dois tratamentos, em termos de redução de vibração, esforço de controle, estabilidade e robustez, quando um algoritmo LMS de referência filtrado (FxLMS) é implementado. Os resultados demonstram que um bom controle é obtido com os dois tratamentos, porém, para aquela aplicação específica, o tratamento AD/PCLD é mais eficiente.

Hudenski (2008), com a análise numérica de um modelo com múltiplos graus de liberdade, e Paraná (2008), com realização experimental para um grau de liberdade, investigaram a aplicação de um controlador híbrido, combinando material viscoelástico e circuito eletromagnético. O sistema eletromagnético foi aplicado para compensar as perdas por dessintonização, decorrentes da variação das propriedades do material viscoelástico com a temperatura. Resultados promissores são expostos.

Trindade (2011) analisou três configurações de projeto de amortecimento ativo-passivo aplicadas a uma viga. Em particular, duas das configurações de projeto foram baseadas no modo de extensão de atuadores piezoelétricos, combinado com ACLD. Já a outra configuração de projeto foi através de atuadores piezoelétricos agindo em cisalhamento quando incorporados em uma viga sanduíche com núcleo viscoelástico. Para fins de comparação, foi analisada também uma configuração de projeto puramente ativa com atuador piezoelétrico. Os resultados mostram que as configurações de projeto passivo/ativo fornecem um desempenho de amortecimento mais confiável e de alcance mais amplo do que a configuração puramente ativa.

Zhang e Zheng (2014) implementaram um modelo numérico em elementos finitos de uma chapa parcialmente coberta com tratamentos ACLD, sendo o modelo desenvolvido com base nas equações constitutivas dos materiais elásticos, piezoelétricos,

viscoelásticos e do princípio de Hamilton. O modelo Golla-Hughes-Mcavish (GHM) foi utilizado para descrever as características dependentes da frequência do material viscoelástico (VEM). O sistema ativo foi simulado com as arquiteturas *feedback*, *feedforward* e *feedback-feedforward*. Os resultados demonstram que a arquitetura *feedback* é muito útil para atenuar a vibração da placa contra distúrbios estocásticos. Já a arquitetura *feedforward* é mais apropriada para atenuar vibrações induzidas por distúrbios harmônicos. Além disso, o controle combinado *feedback-feedforward* mostrou-se capaz de controlar distúrbios intrincados de forma estável e suave, sem muito esforço adicional.

Schwarz (2016) fez um estudo em que um sistema de controle híbrido de vibração é implementado e investigado através de simulações no ambiente LabVIEW. O sistema de controle híbrido foi aplicado ao caso de um motor elétrico com desbalanceamento, originado pelo deslocamento do centro de massa do rotor em relação ao eixo de rotação do conjunto. O modelo matemático adotado, com um grau de liberdade, permitiu um exame particularizado da condição operacional do motor, que incluiu a partida (aceleração), regime de trabalho (velocidade constante) e parada (desaceleração). A excitação observada é variável e ocorre numa faixa ampla de frequência, buscando simular o real comportamento do motor. Os resultados indicam que a abordagem pode vir a ser muito útil.

Lu, P. Wang e Zhan (2017) implementaram uma abordagem de controle híbrido em uma placa fina, através de uma camada constrita inteligente SCLD (de *Smart Constrained Layer Damping*), que apresenta simultaneamente, em sua constituição, componentes ativos e passivos para controle de vibrações. O estudo, feito pelas vias numérica e experimental, demonstra como os atuadores piezoelétricos controlam ativamente os modos inferiores (primeiros modos de flexão e torção), através da arquitetura de controle de *feedback*, enquanto que, para maiores frequências de vibração, o controle é alcançado pela camada de amortecimento passivo (viscoelástico).

Outros trabalhos de particular interesse são os seguintes: Lam, D. J. Inman e Saunders (2000) exploraram diferentes variações do controle híbrido; Kim, S. Wang e Brennan (2011), em que se aborda o projeto otimizado de controle híbrido utilizando elementos piezoelétricos, e Kattimani e Ray (2015), em que se realiza uma análise do amortecimento ativo de vibrações geometricamente não-lineares, relativas a placas magneto-eleto-elásticas integradas com tratamento ACLD.

1.2 OBJETIVOS

Face ao contexto exposto, são relacionados abaixo o objetivo geral e os objetivos específicos do presente trabalho.

OBJETIVO GERAL

Desenvolver e implementar um sistema de controle híbrido de vibrações para, na sequência, avaliar detalhadamente, tanto em simulações numéricas quanto em experimentos, a sua eficácia. Esse sistema de controle será composto por um tratamento passivo, constituído por uma manta constrita de material viscoelástico, e por um subsistema ativo/adaptativo, utilizando arquitetura de controle por antecipação (*feed-forward*). Buscar-se-á efetuar o controle de vibrações em uma viga metálica engastada livre, sob excitações harmônicas e de banda larga de frequência, na região linear de comportamento.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para que o objetivo geral seja atendido, os seguintes objetivos específicos deverão ser alcançados:

- Desenvolver através do ambiente LabVIEW um programa que simule o controle híbrido de uma viga engastada-livre no domínio do tempo;
- Fabricar a viga metálica e seu suporte;
- Aplicar um tratamento superficial na viga, com o uso de manta constrita de material viscoelástico, a fim de aumentar o amortecimento da estrutura;
- Implementar os algoritmos para os processos de identificação e controle *feed-forward* na plataforma de controle NI CompactRIO;
- Analisar o desempenho do sistema de controle híbrido em condições parciais e plena de operação, através de simulações numéricas e experimentos.

1.3 JUSTIFICATIVAS

Vários equipamentos e máquinas, como aeronaves, máquinas elétricas, máquinas ferramenta e equipamentos eletrônicos, dentre outros, requerem uma solução de controle, para que vibrações indesejadas sejam atenuadas. Não raro, esses equipamentos e máquinas atuam sob condições climáticas variáveis, experimentando cargas dinâmicas de conteúdo em frequência amplo. Neste contexto, um sistema de controle híbrido que apresente as características de flexibilidade, adaptabilidade e robustez é almejado, justificando o seu desenvolvimento.

Em particular, observa-se que tratamentos híbridos têm sido bem investigados em vigas e placas. Sabe-se, contudo, que as melhores regiões para inserção de componentes passivos não são necessariamente as mesmas para aplicação dos componentes ativos e isso, via de regra, não é levado em conta. Estudos oferecem alternativas para consideração de regiões distintas, como o presente trabalho, ainda são raras e, entende-se, são de interesse.

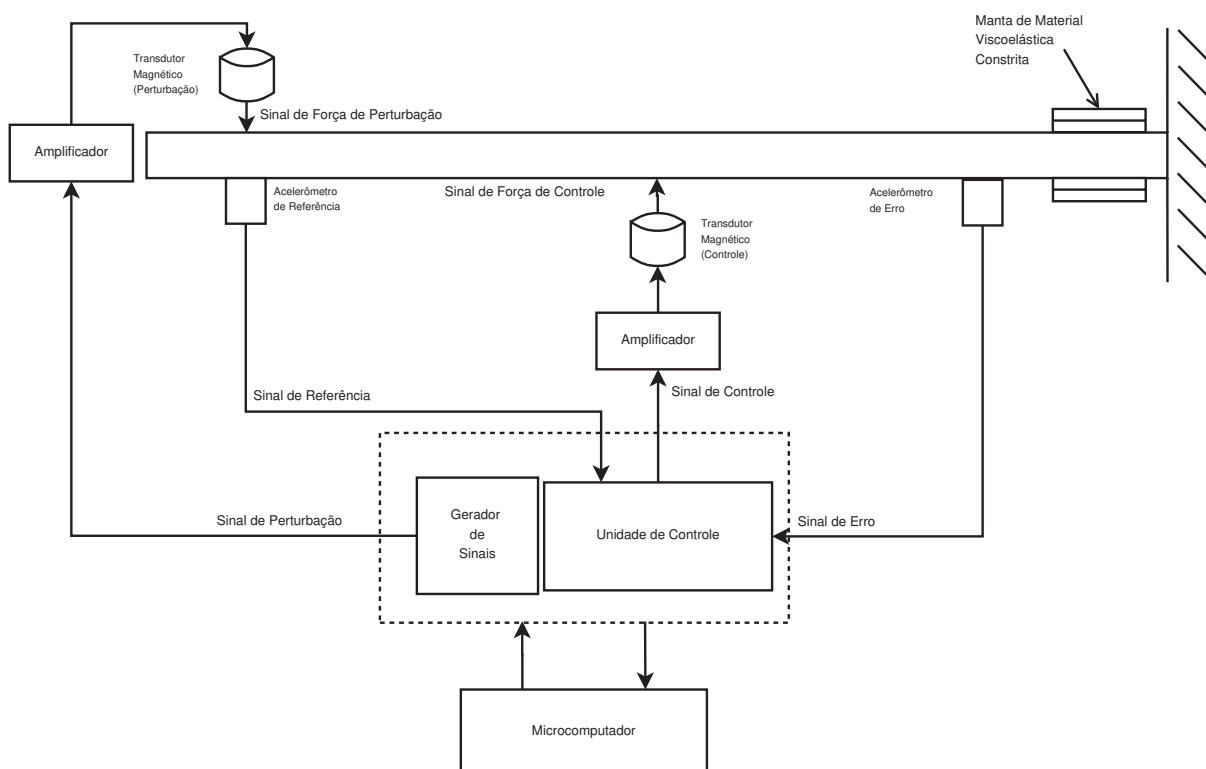
1.4 DESCRIÇÃO GERAL DA SITUAÇÃO

A FIGURA 4 busca representar, de forma geral, a situação a ser abordada na dissertação. Nela, encontra-se uma viga engastada-livre, cuja vibração provocada por uma força de perturbação, que pode ser harmônica ou em banda, que se almeja controlar.

O controle é executado, de forma ativa, por uma força de controle, que decorre do processamento dos sinais de aceleração de referência e de aceleração de erro pela unidade de controle. Além disso, deseja-se aplicar na viga, a manta constrita de material viscoelástico, com o objetivo de adicionar amortecimento. Essa adição se dará perto da extremidade engastada, face às situações a serem investigadas.

Este contexto é abordado na dissertação tanto em cenário numérico, através de modelos digitais das partes envolvidas, quanto em cenário experimental. Nesse caso, os atuadores são transdutores magnéticos e os sensores são acelerômetros. Em capítulos subsequentes, os elementos da FIGURA 4 serão melhor detalhados.

FIGURA 4 – DESCRIÇÃO GERAL DO PROBLEMA



FONTE: o autor.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A estrutura dessa dissertação é a seguinte.

- Capítulo 2 - apresenta-se o desenvolvimento matemático necessário para realizar a emulação de sistemas mecânicos lineares (nesse capítulo, o(a) leitor(a) familiarizado(a) com os tópicos das seções 2.1 e 2.2 poderá partir da seção 2.3);
- Capítulo 3 - expõe-se o algoritmo de controle ativo adaptativo de vibrações e a teoria de adição de amortecimento através de manta de material viscoelástico;
- Capítulo 4 - descreve-se a metodologia desenvolvida para emular um sistema de controle ativo de vibrações em um sistema mecânico linear, bem como a metodologia empregada no experimento e também a metodologia para análise dos resultados;
- Capítulo 5 - apresentam-se os resultados, bem como realiza-se a sua discussão;
- Capítulo 6 - expõem-se as conclusões e, em sequência, relacionam-se as sugestões para trabalhos futuros.

2 SISTEMAS MECÂNICOS E EMULAÇÃO DIGITAL

Neste capítulo será exposto o desenvolvimento teórico necessário para a escrita de um programa que emule o comportamento de um sistema mecânico com um ou múltiplos graus de liberdade, no domínio do tempo, através de filtros digitais. O capítulo se encerra com um estudo de caso de interesse, qual seja, a simulação de uma viga engastada livre.

2.1 ANÁLISE DE SISTEMAS LINEARES NOS DOMÍNIOS DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA

2.1.1 Funções Características

Nesta dissertação, será de extremo interesse a resposta de sistemas lineares invariantes no tempo (SLIT), sob condições iniciais nulas (sistema relaxado), para uma entrada arbitrária. A resposta de um sistema linear pode ser obtida no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Parte-se do fato de que, em sinais e sistemas, existem dois casos a serem abordados no domínio do tempo.

O primeiro caso é o domínio do tempo contínuo, onde os sinais apresentam-se ao longo da variável real t e os sistemas são entidades que processam sinais em tempo contínuo. Será adotada a notação (\cdot) para elementos que estão neste domínio. Desta forma, um sinal representado por $x(t)$ encontra-se no domínio do tempo contínuo.

Já o segundo caso é o domínio do tempo discreto, onde os sinais apresentam-se ao longo da variável inteira n e os sistemas são entidades que processam sinais discretos no tempo. Será adotada a notação $[\cdot]$ para elementos que estão neste domínio. Desta forma, um sinal representado por $x[n]$ encontra-se no domínio do tempo discreto.

A solução que rege a resposta de um SLIT no domínio do tempo pode ser determinada através de uma operação conhecida como convolução, que utiliza uma resposta particular envolvendo uma entrada muito especial. Esta entrada é referida como impulso unitário e é definida no tempo contínuo como

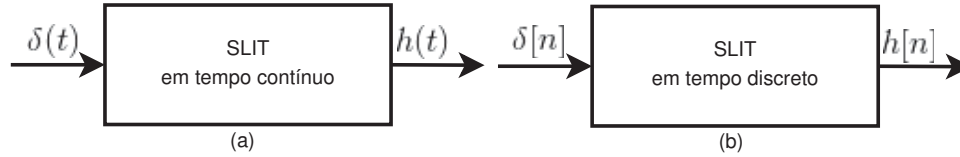
$$\begin{cases} \delta(t) = 0 \text{ para } t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases} \quad (2.1)$$

gerando a função resposta ao impulso (FRI) do sistema contínuo, $h(t)$ (vide FIGURA 5 (a)). Já para o caso do tempo discreto, esta entrada é denominada pulso unitário, e é definida por

$$\begin{cases} \delta[n] = 1 \text{ para } n = 0 \\ \delta[n] = 0 \text{ para } n \neq 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

gerando a função resposta pulsada (FRP) do sistema discreto $h[n]$ (vide FIGURA 5 (b)).

FIGURA 5 – SLIT COM ENTRADA IMPULSIVA E RESPOSTA AO IMPULSO



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Caso em tempo contínuo; (b) Caso em tempo discreto.

Para sistemas em tempo contínuo causais ($h(t) = 0$ para $t < 0$), a solução $y(t)$ no domínio do tempo é dada pela integral de convolução entre o sinal de entrada $x(t)$ e a FRI do sistema $h(t)$, conforme a equação (LATHI, 2005)

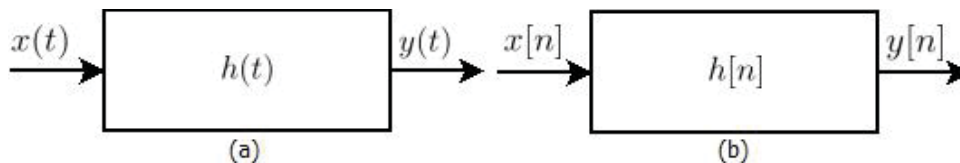
$$y(t) = \int_0^t x(\tau)h(t - \tau)d\tau = x(t) * h(t) \quad (2.3)$$

Já para sistemas discretos, a solução $y[n]$ no domínio do tempo é dada pelo somatório de convolução entre o sinal de entrada e a FRP do sistema $h[n]$, conforme equação (LATHI, 2005)

$$y[n] = \sum_{m=0}^n x[m]h[n - m] = x[n] * h[n] \quad (2.4)$$

As equações 2.3 e 2.4 podem ser representadas, conforme FIGURA 6, por meio de diagrama de blocos.

FIGURA 6 – REALIZAÇÃO DE UM SLIT NO DOMÍNIO DO TEMPO



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Caso em tempo contínuo; (b) Caso em tempo discreto.

A transformação linear que relaciona o domínio do tempo contínuo para o domínio da variável complexa s , ou de Laplace, é

$$X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st}dt \quad (2.5)$$

onde $s = \sigma + j\omega$, $j = \sqrt{-1}$, σ é a frequência neperiana em tempo contínuo e ω é a frequência circular em tempo contínuo.

A transformação inversa da equação 2.5 é

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} X(s)e^{st} ds. \quad (2.6)$$

onde c é uma constante real arbitrária.

Já transformação linear que relaciona o domínio do tempo discreto com o domínio da variável complexa z é

$$X[z] = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} \quad (2.7)$$

onde $z = e^{\alpha + j\Omega}$, α é a frequência neperiana em tempo discreto e Ω é a frequência circular em tempo discreto. Essa transformação é conhecida como transformada z .

A transformação inversa da equação 2.7 é

$$x[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint X[z]z^{n-1} dz \quad (2.8)$$

O par de transformada de Laplace da função exponencial natural

$$e^{-at}1(t) \leftrightarrow \frac{1}{s+a} \quad (2.9)$$

e o par da transformada z da função exponencial discreta

$$\gamma^n 1[n] \leftrightarrow \frac{z}{z-\gamma} \quad (2.10)$$

serão usados com frequência nesta dissertação. Nas equações 2.9 e 2.10 $1(t)$ é a função degrau unitário, definida por

$$\begin{cases} 1(t) = 0 & \text{para } t < 0 \\ 1(t) = 1 & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

e $1[n]$ é a função degrau unitário pulsada, definida por

$$\begin{cases} 1[n] = 0 & \text{para } n < 0 \\ 1[n] = 1 & \text{para } n \geq 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

Demonstra-se que a solução, no domínio de Laplace, de um SLIT em tempo contínuo é dada por (LATHI, 2005)

$$Y(s) = X(s)H(s) \quad (2.13)$$

onde $X(s)$, $H(s)$ e $Y(s)$ são as transformadas de Laplace do sinal de entrada, da FRI do sistema e do sinal de saída, respectivamente.

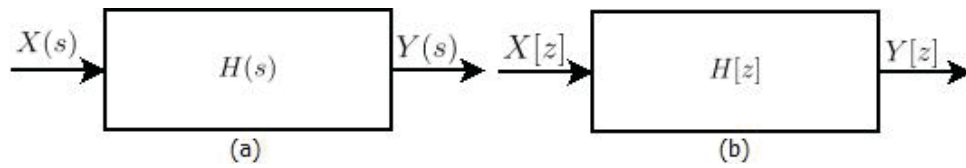
Já para o caso de um SLIT em tempo discreto, a solução no domínio da variável z é dada por (LATHI, 2005)

$$Y[z] = X[z]H[z] \quad (2.14)$$

onde $X[z]$, $H[z]$ e $Y[z]$ são as transformadas z do sinal de entrada, da FRI do sistema e do sinal de saída, respectivamente.

As equações 2.13 e 2.14 podem ser representadas em diagrama de blocos conforme FIGURA 7.

FIGURA 7 – REALIZAÇÃO DE UM SLIT NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA COMPLEXA



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Caso em tempo contínuo; (b) Caso em tempo discreto

Em modelos de sistemas dinâmicos contínuos, regidos por equações diferenciais ordinárias lineares com condições iniciais nulas na forma

$$\frac{d^N y}{dt^N} + a_1 \frac{d^{N-1} y}{dt^{N-1}} + \dots + a_{N-1} \frac{dy}{dt} + a_N y(t) = b_0 \frac{d^N x}{dt^N} + b_1 \frac{d^{N-1} x}{dt^{N-1}} + \dots + b_{N-1} \frac{dx}{dt} + b_N x(t) \quad (2.15)$$

e em modelos de sistemas dinâmicos discretos, regidos por equações de diferença lineares com condições iniciais nulas na forma

$$y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_N y[n-N] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \dots + b_N x[n-N] \quad (2.16)$$

onde todos os coeficientes a_i e b_i são constantes, as razões

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (2.17)$$

$$H[z] = \frac{Y[z]}{X[z]} \quad (2.18)$$

são ditas, respectivamente, função de transferência e função de transferência pulsada, sendo elas facilmente obtidas ao se aplicar o teorema da derivação da transformada de Laplace em 2.15, e ao aplicar o teorema do atraso da transformada z em 2.16 (LATHI, 2005).

Um fato prático e importante a ser notado é que as funções resposta $h(t)$ e $h[n]$ podem ser determinadas através da transformada inversa de Laplace de $H(s)$, e da transformada inversa z de $H[z]$, respectivamente. Os polos de uma função de transferência são definidos como o conjunto de raízes do polinômio do seu denominador.

Já os zeros de uma função de transferência são definidos como o conjunto de raízes do polinômio do seu numerador.

Uma última ponderação será feita agora sobre o domínio de Fourier. Esse domínio é comumente conhecido na área de vibrações mecânicas, como domínio da frequência.

O domínio de Fourier, denominado $j\omega$, ou apenas ω (por simplicidade), no tempo contínuo, e denominado $e^{j\Omega}$ no tempo discreto, pode ser entendida, sob certas considerações (PAPOULIS, 1962), como um caso especial do domínio de Laplace quando $s = j\omega$ no tempo contínuo, e $z = e^{j\Omega}$ no tempo discreto, ou seja $\sigma = 0$ e $\alpha = 0$. Desta forma, em vista das equações 2.5, 2.6, 2.7 e 2.8, a transformada de Fourier é dada no tempo contínuo por (LATHI, 2005)

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.19)$$

e sua transformação inversa por

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2.20)$$

A transformada de Fourier no tempo discreto é dada por

$$X[e^{j\Omega}] = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} x[n]e^{-j\Omega n} \quad (2.21)$$

e sua inversa por

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X[e^{j\Omega}]e^{j\Omega n} d\Omega \quad (2.22)$$

As equações 2.19, 2.20, 2.21 e 2.22 revelam que sinais e sistemas podem ser analisados sobre o ponto de vista de somas e integrações de funções harmônicas. Isto é caracterizado pelo conceito da Função Resposta Frequência (FRF) de um SLIT, definida em tempo contínuo por (LATHI, 2005)

$$H(j\omega) = H(s) \big|_{s \rightarrow j\omega} = H(\omega) = |H(\omega)| \angle H(\omega) \quad (2.23)$$

e em tempo discreto por

$$H[e^{j\Omega}] = H[z] \big|_{z \rightarrow e^{j\Omega}} = |H[e^{j\Omega}]| \angle H[e^{j\Omega}] \quad (2.24)$$

A FRF da equação 2.23 implica que, quando um sinal harmônico em tempo contínuo excita um SLIT em tempo contínuo, este responde com um sinal harmônico de mesma frequência, porém com ganho de amplitude $|H(\omega)|$ e variação de fase $\angle H(j\omega)$. A função $H(\omega)$ é não periódica.

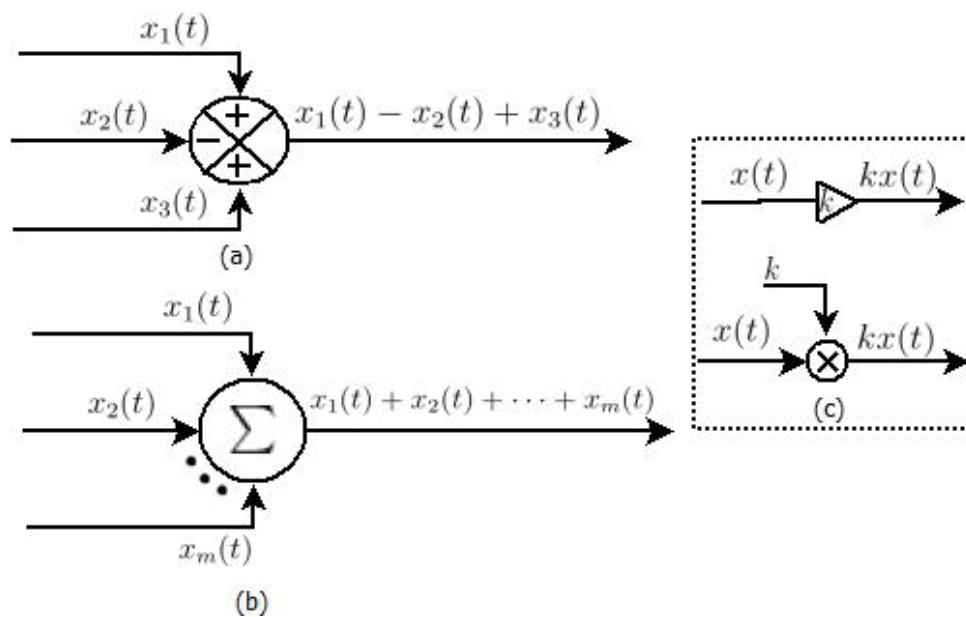
Já FRF da equação 2.24 implica que, quando um sinal harmônico em tempo discreto excita um SLIT em tempo discreto, este responde com um sinal harmônico de mesma frequência, porém com ganho de amplitude $|H[e^{j\Omega}]|$ e variação de fase $\angle H[e^{j\Omega}]$. A função $H[e^{j\Omega}]$ é periódica em intervalos de 2π .

2.1.2 Elementos Básicos de Diagramas de Blocos

A análise e o projeto de sistemas são corriqueiramente feitos através do uso de diagrama de blocos. Nesta seção, são apresentados alguns blocos básicos que aparecem nos diagramas da presente dissertação.

A FIGURA 8 apresenta os elementos de junção de soma, somatório e multiplicação realizando operações em sinais contínuos.

FIGURA 8 – OPERADORES ELEMENTARES EM SINAIS CONTÍNUOS

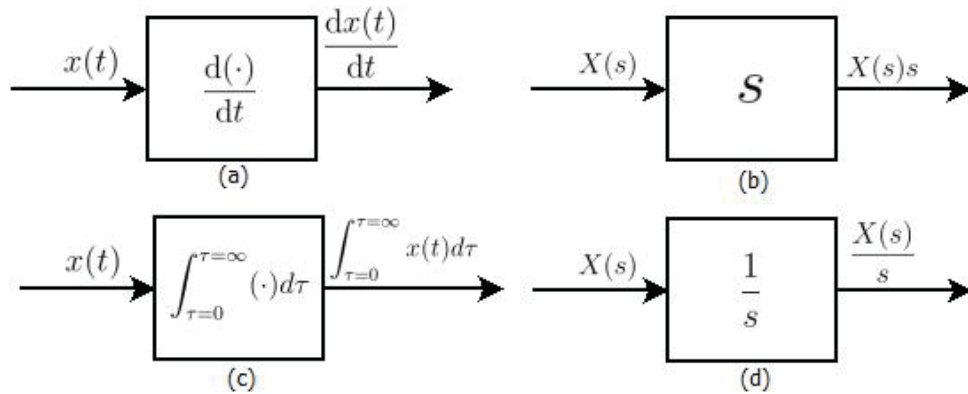


FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Junção de soma; (b) Somatório; (c) Multiplicação.

Na sequência, a FIGURA 9 apresenta os blocos de operação de derivação e de integração de sistemas em tempo contínuo, tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da variável s ou de Laplace.

FIGURA 9 – OPERADORES DE DERIVAÇÃO E INTEGRAÇÃO EM TEMPO CONTÍNUO

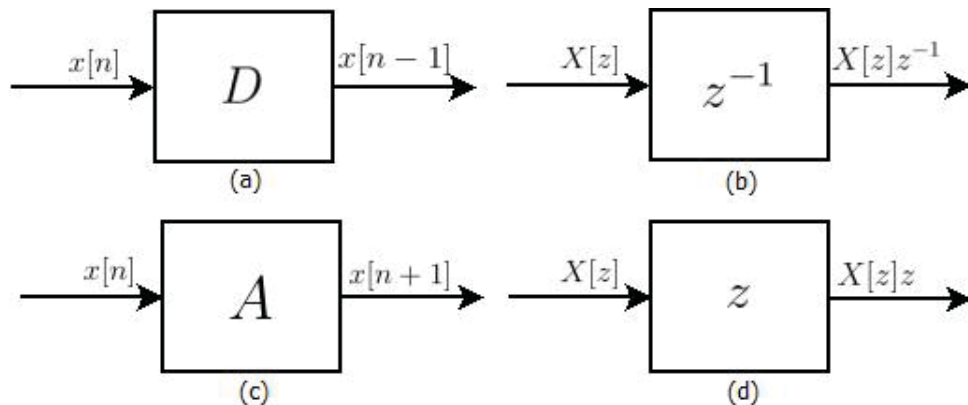


FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Derivação no tempo; (b) Derivação em Laplace; (c) Integração no tempo; (d) Integração em Laplace.

A operação que atrasa um sinal discreto em uma única amostra é definida como operação de atraso. Já a operação que avança um sinal discreto em uma única amostra é definida como operação de avanço (OGATA, 1995). A FIGURA 10 apresenta os blocos de operação de atraso e de avanço em sistemas discretos, tanto no domínio do tempo discreto, quanto no domínio da variável z .

FIGURA 10 – OPERADORES DE ATRASO E AVANÇO EM TEMPO DISCRETO



FONTE: o autor.

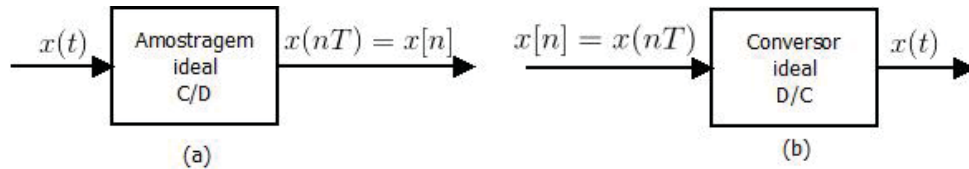
LEGENDA: (a) Atraso no tempo; (b) Atraso em z ; (c) Avanço no tempo; (d) Avanço em z .

O sistema de amostragem ideal C/D (contínuo para discreto), e o sistema de conversão D/C (discreto para o contínuo), são responsáveis pela conversão de sinais contínuos no tempo e sinais discretos no tempo.

A FIGURA 11 (a) apresenta um sistema de amostragem ideal C/D. Nela se observa um sinal de entrada contínuo $x(t)$ sendo amostrado, resultando em um sinal de saída $x[nT]$, onde T é o intervalo de amostragem. Portanto, o inverso $1/T$ é a frequência de amostragem f_s .

Já a FIGURA 11 (b) apresenta um conversor D/C. Nela se observa o sinal de entrada discreta $x[n] = x(nT)$ sendo convertido para um sinal contínuo $x(t)$.

FIGURA 11 – SISTEMAS DE CONVERSÃO ENTRE SINAIS CONTÍNUOS E DISCRETOS NO TEMPO



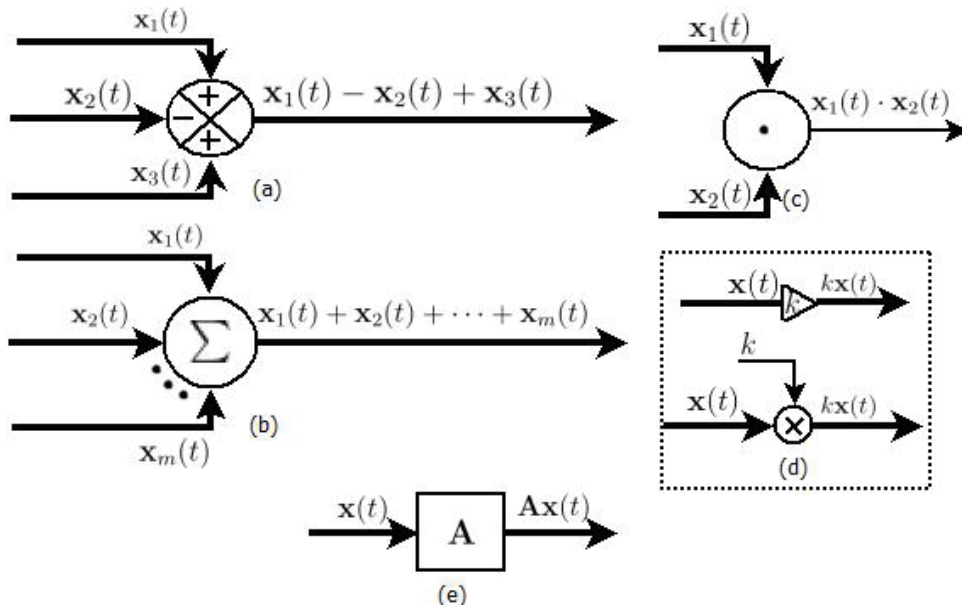
FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Tempo contínuo para tempo discreto; (b) Tempo discreto para tempo contínuo.

Muitas vezes os diagramas de blocos apresentam vetores com sinais escalares ao longo de seus elementos. Assim, define-se, um sinal vetorial $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_N(t)]^T$, onde $x_i(t)$ para $i = 1, 2, \dots, N$ são sinais escalares.

A FIGURA 12 apresenta os elementos que realizam operações de multiplicação de um sinal vetorial por um escalar, de produto interno entre dois sinais vetoriais, transformação matricial de um sinal vetorial, e somatório de sinais vetoriais.

FIGURA 12 – ELEMENTOS DE OPERAÇÃO EM SINAIS VETORIAIS



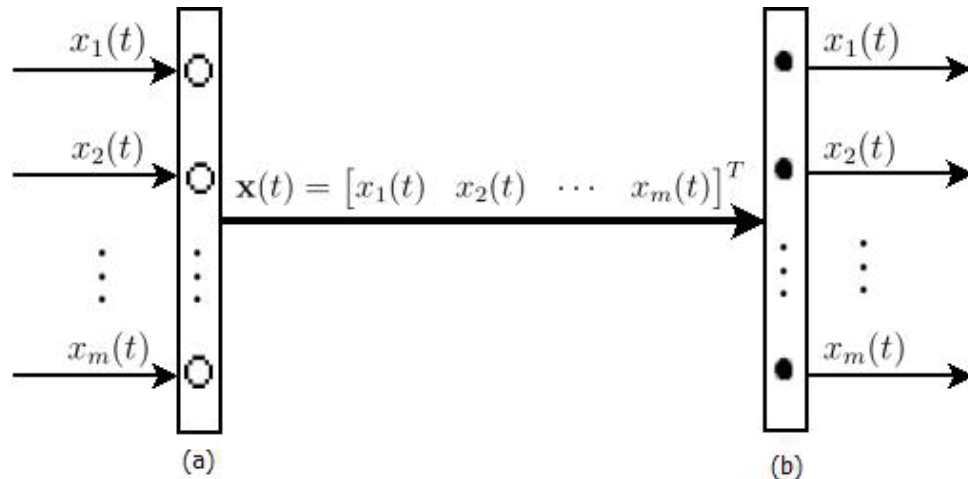
FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Junção de soma; (b) Somatório; (c) Produto interno; (d) Multiplicação por um escalar; (e) Transformação matricial.

Três operações que envolvem sinais vetoriais e sinais escalares são de interesse.

A primeira operação, denominada como concatenação, aloca vários sinais escalares em uma ordem específica, realizando, assim, um sinal vetorial conforme barramento da FIGURA 13 (a). A operação inversa da concatenação é a desconcatenação e é ilustrada no barramento da FIGURA 13 (b).

FIGURA 13 – ELEMENTO DE CONCATENAÇÃO E DESCONCATENAÇÃO VETORIAL

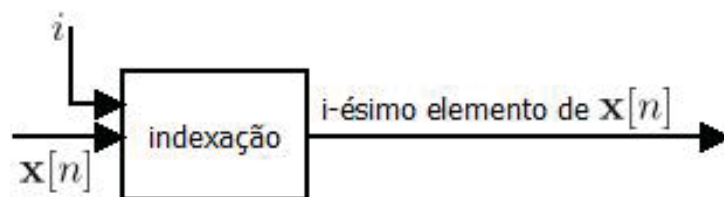


FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Operação de concatenação; (b) Operação de desconcatenação.

Já a segunda operação, denominada como indexação, tem o propósito de indexar um elemento específico de um vetor. A FIGURA 14 ilustra esta operação em um bloco, onde a entrada do bloco é o sinal vetorial $x[n]$ e o número inteiro positivo i , e a saída do bloco é o i -ésimo elemento deste vetor.

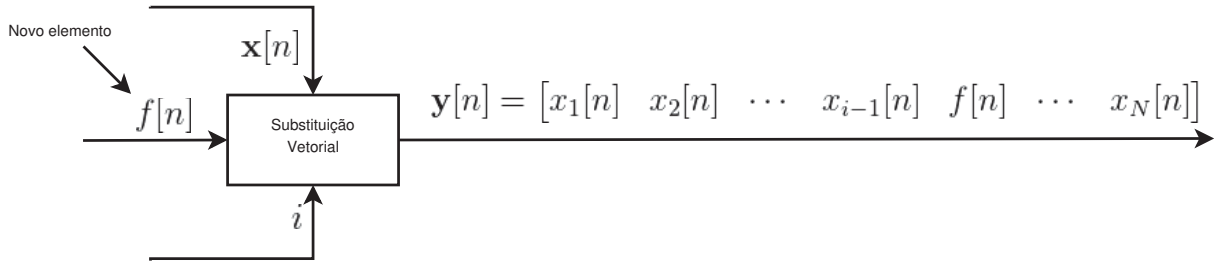
FIGURA 14 – ELEMENTO DE INDEXAÇÃO



FONTE: o autor.

E por último, a operação de substituição vetorial. Esta operação tem o propósito de substituir um elemento na i -ésima posição de um vetor. A FIGURA 15 demonstra esta operação em um bloco, onde a entrada do bloco é o sinal vetorial $x[n]$, o número inteiro positivo i e o novo elemento $f[n]$, e a saída do bloco é vetor $y[n]$.

FIGURA 15 – ELEMENTO DE SUBSTITUIÇÃO VETORIAL



FONTE: o autor.

2.2 FILTROS DIGITAIS

Um dos objetivos desta dissertação é simular em tempo real, as situações de interesse. Para isto, é necessário emular o sistema que está sobre controle, no caso, como já mencionado, uma viga engastada livre. Os modelos de sistemas mecânicos estão no domínio do tempo contínuo, o qual não podem ser usados para criar uma simulação via computação (um computador pode processar apenas sinais discretos). É neste ponto em que os sistemas discretos, também conhecidos como filtros digitais entram em cena, formulando modelos equivalentes através de suas respectivas equações de diferença.

2.2.1 Arquitetura de Filtros Digitais Lineares

Os filtros digitais lineares são sistemas discretos que processam um sinal de entrada $x[n]$ e geram um sinal de saída $y[n]$ de acordo com a seguinte equação de diferença:

$$y[n] = -a_1y[n-1] - a_2y[n-2] \cdots - a_Ny[n-N] + b_0x[n] + b_1x[n-1] + \cdots + b_Nx[n-N] \quad (2.25)$$

Os coeficientes a_i representam a ponderação recursiva do filtro enquanto os coeficientes b_i representam a ponderação não recursiva. Caso os coeficientes a_i sejam não nulos, o filtro é recursivo e é denominado IIR (de *Infinite Impulse Response*). Se, por outro lado, os coeficientes a_i forem todos nulos, o filtro é não recursivo e é denominado FIR (de *Finite Impulse Response*), com a equação 2.25 se reduzindo a

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + \cdots + b_{N-1}x[n-N+1] + b_Nx[n-N] \quad (2.26)$$

Caso os coeficientes b_i sejam todos nulos para $i > 0$, o filtro é denominado auto regressivo, ou AR (de *AutoRegressive*). Nesta situação, a equação 2.25 passa a ser

$$y[n] = -a_1y[n-1] - a_2y[n-2] \cdots - a_{N-1}y[n-N+1] - a_Ny[n-N] + x[n] \quad (2.27)$$

Através da transformada z (equação 2.7), as Equações 2.25, 2.26 e 2.27 podem ser analisadas no domínio de z . A equação 2.25 torna-se, neste domínio,

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N})Y[z] = (b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N})X[z] \quad (2.28)$$

enquanto a equação 2.26 passa a ser

$$Y[z] = (b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N})X[z] \quad (2.29)$$

e a equação 2.27

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N})Y[z] = X[z] \quad (2.30)$$

Assim, as funções de transferência pulsada são dadas por

$$H_{IIR}[z] = \frac{Y[z]}{X[z]} = \frac{(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N})}{(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N})} \quad (2.31)$$

$$H_{FIR}[z] = \frac{Y[z]}{X[z]} = (b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}) \quad (2.32)$$

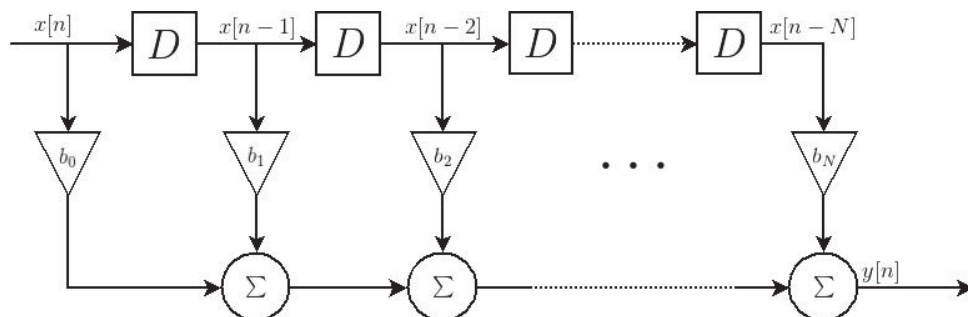
$$H_{AR}[z] = \frac{Y[z]}{X[z]} = \frac{1}{(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N})} \quad (2.33)$$

correspondendo, respectivamente, aos filtros IIR, FIR e AR.

2.2.2 Implementação de Filtros FIR e IIR por Diagramas de Blocos

Através da equação 2.26 pode-se implementar a arquitetura FIR em diagrama de blocos, no domínio do tempo, conforme FIGURA 16.

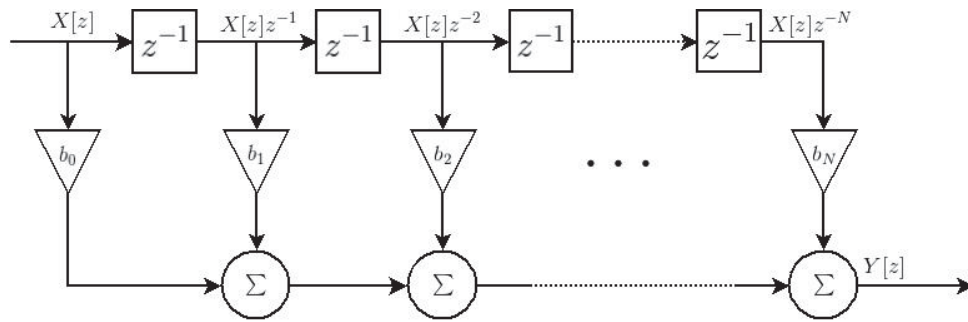
FIGURA 16 – FILTRO FIR NO DOMÍNIO DO TEMPO



FONTE: o autor.

Já no domínio da frequência, esta implementação é ilustrada na FIGURA 17.

FIGURA 17 – FILTRO FIR NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA



FONTE: o autor.

Para a arquitetura IIR, a implementação utilizada nesta dissertação é conhecida como forma direta II (FDII) (LATHI, 2005). Para formulá-la, divide-se a função de transferência $H_{IIR}(z)$ em dois filtros. Um deles é AR, $H_1(z)$, dado por

$$H_1[z] = \frac{1}{(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N})} \quad (2.34)$$

e outro FIR, $H_2(z)$, dado por

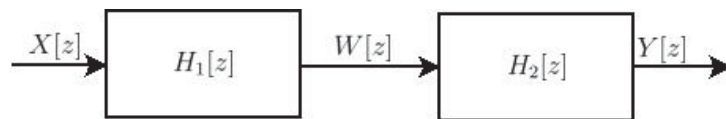
$$H_2[z] = (b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}) \quad (2.35)$$

de forma que

$$H_{IIR}[z] = H_1[z]H_2[z] \quad (2.36)$$

A FIGURA 18 ilustra estes filtros ligados em cascata. Observa-se, nesta figura, que o sinal $W[z]$ é a saída do filtro $H_1[z]$.

FIGURA 18 – FILTRO IIR VIA FORMA DIRETA II



FONTE: o autor.

Escrevendo a equação 2.27 com entrada $x[n]$ e saída $w[n]$, resulta em

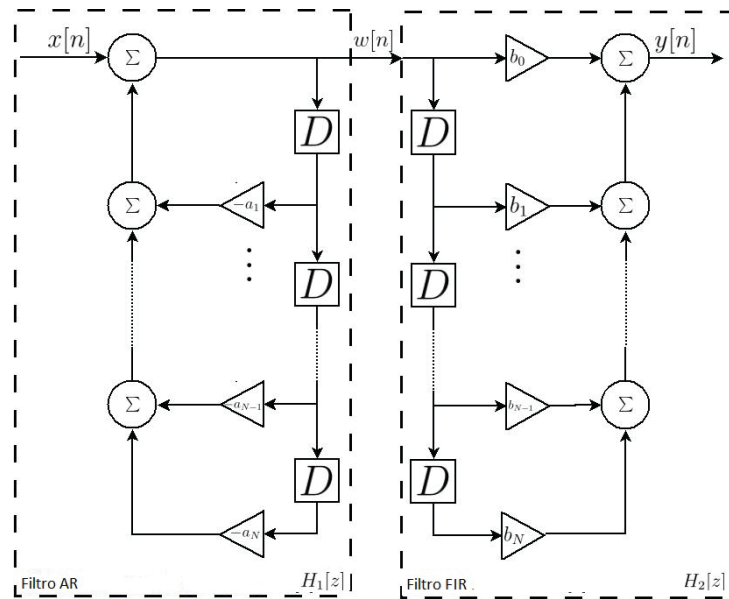
$$w[n] = -a_1 w[n-1] - a_2 w[n-2] \dots - a_{N-1} w[n-N+1] - a_N w[n-N] + x[n] \quad (2.37)$$

Já para a equação 2.26, com entrada $w[n]$ e saída $y[n]$, tem-se que

$$y[n] = b_0 w[n] + b_1 w[n-1] + \dots + b_{N-1} w[n-N+1] + b_N w[n-N] \quad (2.38)$$

Através da formulação FDII e das equações 2.37 e 2.38, o filtro IIR pode ser implementado conforme mostra a FIGURA 19.

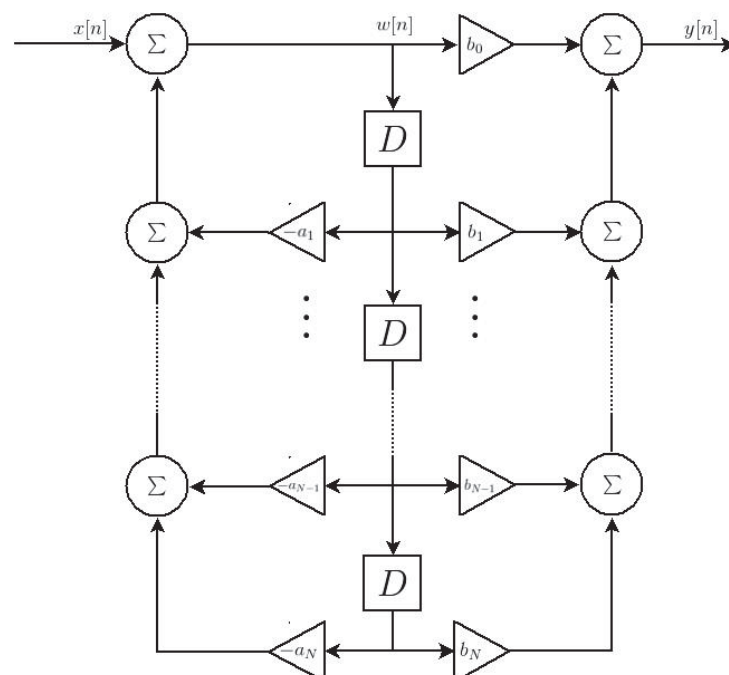
FIGURA 19 – REALIZAÇÃO DE FILTRO IIR VIA FORMA DIRETA II



FONTE: o autor.

Na realização acima, pode-se observar que existem operadores de atraso em redundância. Desta forma, pode-se reduzir a quantidade destes operadores diminuindo a exigência computacional da implementação. Assim, atinge-se a forma compacta da realização IIR, que será utilizada nas simulações desta dissertação e é apresentada, no domínio do tempo, na FIGURA 20 no domínio do tempo.

FIGURA 20 – REALIZAÇÃO DE FILTRO IIR EM SUA FORMA COMPACTA NO DOMÍNIO DO TEMPO

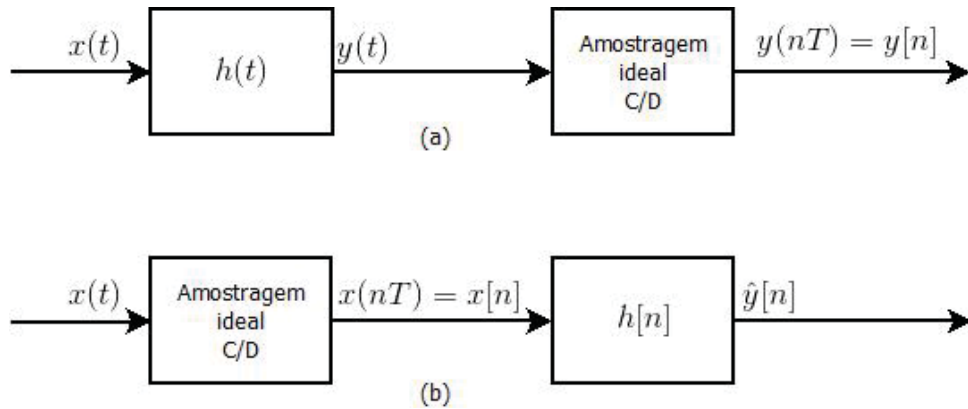


FONTE: o autor.

2.3 EMULAÇÃO DE SISTEMAS CONTÍNUOS ATRAVÉS DE FILTROS

Nesta seção, expõe-se formular um método que permite implementar (ou, no jargão da área, realizar) um sistema discreto $h[n]$ equivalente a um sistema contínuo no tempo $h(t)$, como se observa na FIGURA 21. Por "equivalente" entende-se, que para uma dada entrada $x(t)$, os sistemas da FIGURA 21 (a) e o da FIGURA 21 (b) terão o mesmo sinal de saída, ou seja, $y(n) = \hat{y}[n]$.

FIGURA 21 – REALIZAÇÃO DE UM SISTEMA EM TEMPO DISCRETO EQUIVALENTE A UM EM TEMPO CONTÍNUO



FONTE: o autor.

A saída $y(t)$ do sistema da FIGURA 21 (a), conforme a equação 2.3 (integral de convolução), é

$$y(t) = \int_0^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{m=\infty} x(m\Delta\tau)h(t - m\Delta\tau)\Delta\tau \quad (2.39)$$

É conveniente, aqui, utilizar a notação T para $\Delta\tau$ na equação 2.39. Assumindo que T (o intervalo de amostragem) é pequeno o suficiente, acrescido da mudança de notação, a equação 2.39 resulta em

$$y(t) = T \sum_{m=0}^{m=\infty} x(mT)h(t - mT) \quad (2.40)$$

A resposta no n -ésimo instante de amostragem de $y(nT)$ é obtido fazendo $t = nT$ na equação acima. Logo,

$$y(nT) = y[n] = T \sum_{m=0}^{m=\infty} x(mT)h[(n - m)T] \quad (2.41)$$

Na FIGURA 21 (b) a entrada de $h[n]$ é $x[n]$ de forma que

$$\hat{y}[n] = \sum_{m=0}^{m=\infty} x[m]h[n - m] \quad (2.42)$$

conforme equação 2.4 (somatório de convolução).

Como $y[n]$ deve ser igual $\hat{y}[nT]$, tem-se que

$$\sum_{m=0}^{m=\infty} x[m]h[n-m] = T \sum_{m=0}^{m=\infty} x(mT)h[(n-m)T] \quad (2.43)$$

Como $x(mT) = x[m]$, e $(n-m)$ é um número inteiro genérico, a igualdade acima será verdadeira apenas se

$$h[n] = Th(nT) \quad (2.44)$$

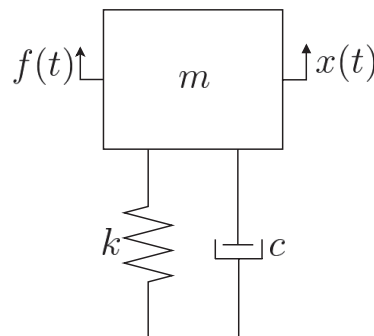
A equação 2.44 é o critério, no domínio do tempo, para a equivalência entre um sistema discreto e um sistema contínuo. De acordo com este critério, $h[n]$ deve ser T vezes as amostras de $h(nT)$.

Falando estritamente, esta realização garante a equivalência da saída somente nos instantes de amostragem, ou seja para, $y[n] = \hat{y}[n]$. Assume também que $T \rightarrow 0$. Esse critério resulta em uma realização aproximada de $h(t)$. Entretanto, pode ser mostrado que quando a resposta em frequência de $|H(\omega)|$ é limitada em faixa, a realização é exata(nos instantes de amostragem), desde que a taxa de amostragem seja alta o suficiente para evitar qualquer *aliasing* ($T < f_s$, onde f_s é a taxa de amostragem em Hertz) (LATHI, 2005).

2.4 SISTEMA MECÂNICO COM UM GRAU DE LIBERDADE

Esta seção expõe as características principais de um sistema mecânico com um grau de liberdade (SM1GL, ou simplesmente sistema MCK), onde o elemento inercial de massa m está conectado à terra por uma mola linear de rigidez k e um amortecedor viscoso linear com coeficiente de viscosidade c . A função $x(t)$ representa o sinal de deslocamento da massa ao longo do tempo, enquanto a função $f(t)$ representa o sinal de excitação. Esse sistema, a ser emulado mais adiante por um filtro digital, visando a descrição de sistemas mais complexos, é ilustrado na FIGURA 22.

FIGURA 22 – SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE



FONTE: o autor.

A equação de movimento deste sistema pode ser deduzida aplicando a segunda lei de Newton, e corresponde a uma equação diferencial ordinária linear com parâmetros invariantes no tempo, qual seja,

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (2.45)$$

onde $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$ é o sinal de aceleração e $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ é o sinal de velocidade.

Desta forma, o sistema MCK é um SLIT em tempo contínuo, com FRI $h_{mck}(t)$ e função de transferência $H_{mck}(s)$.

A forma adimensional da equação 2.45 é

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{1}{m}f(t) \quad (2.46)$$

onde

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.47)$$

e

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (2.48)$$

Aplicando a transformada de Laplace na equação 2.45, obtém-se a função de transferência

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (2.49)$$

ou, na forma adimensional, via equação 2.46,

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + 2\zeta\omega_ns + \omega_n^2} \quad (2.50)$$

Como este sistema é um SLIT, sua solução, no domínio do tempo, é dada por

$$x(t) = f(t) * h(t) \quad (2.51)$$

onde $*$ representa a operação de convolução.

Como comentado anteriormente, $h(t)$ pode ser obtido através da transformada inversa de Laplace de $H(s)$. Para m e $k > 0$ e $c \geq 0$, há quatro tipos possíveis de solução para $h(t)$, o que depende dos dois polos que $H(s)$. Como o discriminante da equação $s^2 + 2\zeta\omega_ns + \omega_n^2$ (denominador da equação 2.50) é

$$\Delta = 2\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (2.52)$$

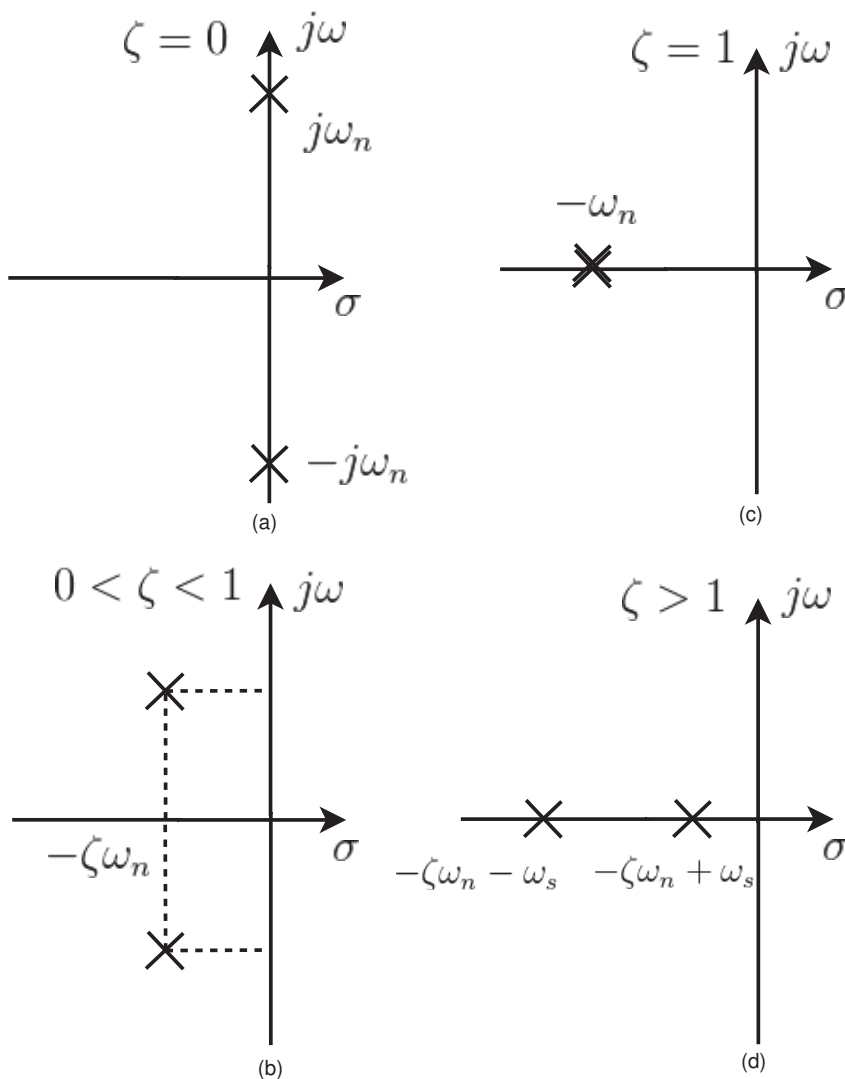
as quatro configurações de polos são dependentes de ζ . Elas são listadas abaixo, junto com suas definições, quais sejam

- Caso não amortecido ($\zeta = 0$): os polos serão dois números imaginários puros, na forma $s = \pm j\omega_n$.

- Caso subamortecido ($0 < \zeta < 1$): os polos serão dois números complexos na forma $s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d$ onde $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$.
- Caso criticamente amortecido ($\zeta = 1$): os polos serão números reais e ambas iguais a $-\zeta\omega_n$.
- Caso superamortecido ($\zeta > 1$): os polos serão dois números reais, sendo um deles $-\zeta\omega_n + \omega_s$, e o outro $-\zeta\omega_n - \omega_s$ onde $\omega_s = \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$.

A FIGURA 23 ilustra as quatro configurações dos polos no plano- s complexo.

FIGURA 23 – POLOS DE $H(s)$ PARA SISTEMA MCK



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Não amortecido; (b) Subamortecido; (c) Criticamente amortecido; (d) Super amortecido.

A partir do exposto acima, será calculada $h_{mck}(t)$, através de $H_{mck}(s)$, para cada um dos tipos de amortecimento.

Para o caso não amortecido, o denominador da equação 2.50 pode ser fatorado em

$$H_{namort}(s) = \frac{1/m}{(s + j\omega_n) + (s - j\omega_n)} \quad (2.53)$$

o que, através de frações parciais, resulta em

$$H_{namort}(s) = \frac{\frac{1}{2jm\omega_n}}{(s - j\omega_n)} + \frac{\frac{-1}{2jm\omega_n}}{(s + j\omega_n)} \quad (2.54)$$

Pelo par de transformada de Laplace indicado na equação 2.9, decorre que

$$h_{namort}(t) = \frac{1}{2jm\omega_n} (e^{j\omega_n t} - e^{-j\omega_n t}) 1(t) \quad (2.55)$$

equação que, face à identidade trigonométrica $\sin(\omega_n t) = \frac{1}{2j}(e^{j\omega_n t} - e^{-j\omega_n t})$, pode ser simplificada para

$$h_{namort}(t) = \frac{1}{m\omega_n} \sin(\omega_n t) 1(t) \quad (2.56)$$

Para o caso subamortecido, tem-se, da equação 2.50, que

$$H_{sub}(s) = \frac{\frac{1}{m}}{(s + \zeta\omega_n - j\omega_d)(s + \zeta\omega_n + j\omega_d)} \quad (2.57)$$

o que através de frações parciais, resulta em

$$H_{sub}(s) = \frac{\frac{1}{2j\omega_d m}}{(s + \zeta\omega_n - j\omega_d)} + \frac{\frac{-1}{2j\omega_d m}}{(s + \zeta\omega_n + j\omega_d)} \quad (2.58)$$

Pelo par de transformada de Laplace da equação 2.9 decorre que

$$h_{sub}(t) = \frac{1}{2j\omega_d m} (e^{(-\zeta\omega_n + j\omega_d)t} - e^{(-\zeta\omega_n - j\omega_d)t}) 1(t) \quad (2.59)$$

, equação que, face a $\sin(\omega_d t) = \frac{1}{2j}(e^{j\omega_d t} - e^{-j\omega_d t})$, pode ser simplificada para

$$h_{sub}(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t) 1(t) \quad (2.60)$$

Para o caso criticamente amortecido, tem-se que

$$H_{crit}(s) = \frac{1/m}{(s + \omega_n)^2} \quad (2.61)$$

o que, pelas considerações anteriores e pelo fato de que a raiz ω_n se repete uma vez, resulta em (NAGLE; SAFF; SNIDER, 2018)

$$h_{crit}(t) = \frac{1}{m} t e^{-\omega_n t} 1(t) \quad (2.62)$$

Para o caso superamortecido, tem-se que

$$H_{super}(s) = \frac{\frac{1}{m}}{(s + \zeta\omega_n + \omega_s)(s + \zeta\omega_n - \omega_s)} \quad (2.63)$$

o que resulta sucessivamente, de forma análoga casos anteriores em

$$H_{super}(s) = \frac{\frac{1}{2\omega_s m}}{(s + \zeta\omega_n - \omega_s)} + \frac{\frac{-1}{2\omega_s m}}{(s + \zeta\omega_n + \omega_s)} \quad (2.64)$$

$$h_{super}(t) = \frac{1}{2\omega_s m} (e^{(-\zeta\omega_n + \omega_s)t} - e^{(-\zeta\omega_n - \omega_s)t}) 1(t) \quad (2.65)$$

e pela a identidade trigonométrica $\sinh(\omega_s t) = \frac{1}{2}(e^{\omega_s t} - e^{-\omega_s t})$, em

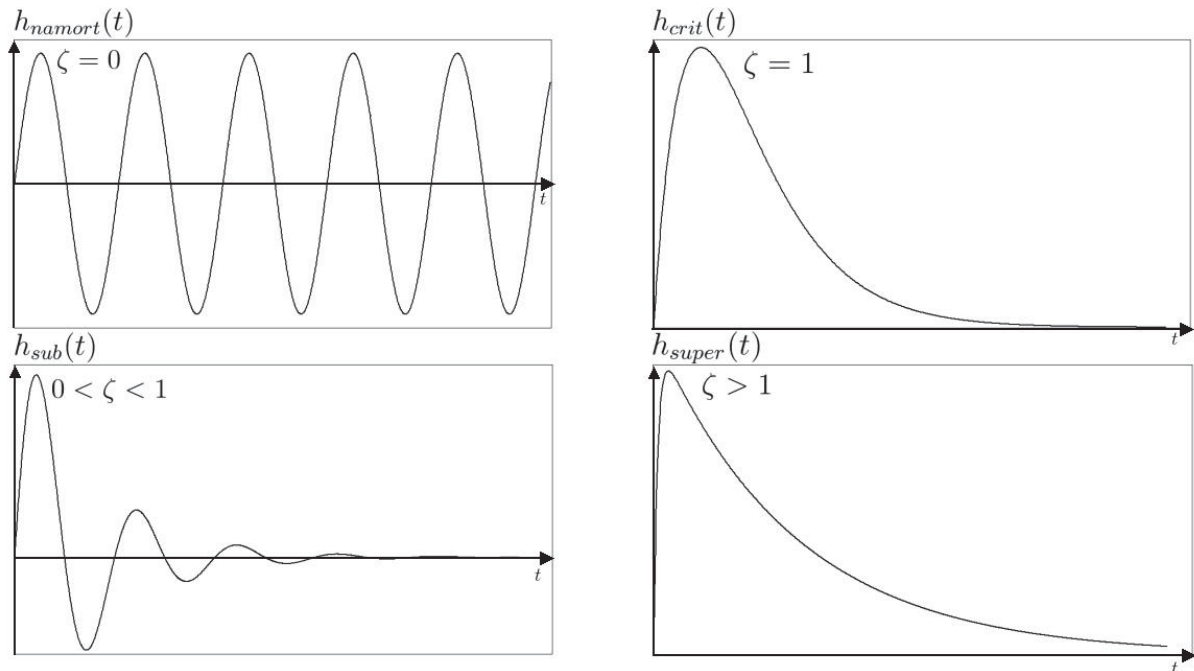
$$h_{super}(t) = \frac{1}{m\omega_s} e^{-\zeta\omega_n} \sinh(\omega_s t) 1(t) \quad (2.66)$$

Reunindo as equações, 2.56, 2.60 e 2.62, 2.66 pode-se sintetizar a função $h_{mck}(t)$ para um sistema MCK da seguinte forma

$$h_{mck}(t) = \begin{cases} \frac{1}{m\omega_n} \sin(\omega_n t) 1(t), & \text{para } \zeta = 0; \\ \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_n} \sin(\omega_d t) 1(t), & \text{para } 0 < \zeta < 1; \\ \frac{1}{m} t e^{-\omega_n t} 1(t), & \text{para } \zeta = 1; \\ \frac{1}{m\omega_s} e^{-\zeta\omega_n} \sinh(\omega_s t) 1(t), & \text{para } \zeta > 1. \end{cases} \quad (2.67)$$

A FIGURA 24 ilustra, qualitativamente, as curvas de $h_{mck}(t)$, para cada um dos casos de amortecimento.

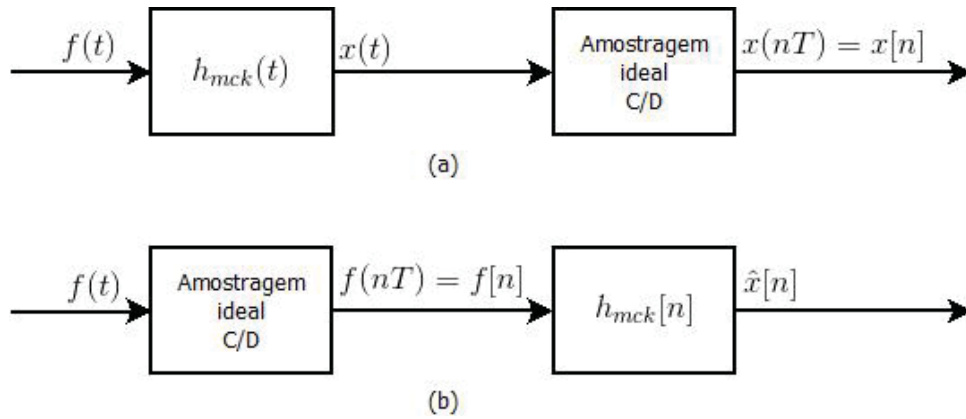
FIGURA 24 – CURVAS DE $h_{mck}(t)$ PARA CADA CASO DE AMORTECIMENTO



2.5 EMULAÇÃO DE SISTEMA MECÂNICO COM UM GRAU DE LIBERDADE

Dados os parâmetros m , ζ e ω_n , será formulado agora um sistema discreto no tempo, a um sistema MCK em tempo contínuo, conforme mostra a FIGURA 25. A equivalência em questão significa, que $x[n] = \hat{x}[n]$. Após a formulação, será feita a realização do sistema discreto equivalente através de filtros IIR. Como o sistema MCK apresenta respostas ao impulso $h_{mck}(t)$ diferentes para cada configuração de amortecimento, conforme equação 2.67, será necessário a realização deste procedimento para cada uma dessas configurações.

FIGURA 25 – REALIZAÇÃO DE UM SISTEMA EM TEMPO DISCRETO EQUIVALENTE A UM SISTEMA MCK



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Sistema em tempo contínuo que se almeja simular; (b) Sistema em tempo discreto que irá realizar a emulação

Para o caso não amortecido, a FRI é dada pela equação 2.56, que é repetida abaixo por conveniência.

$$h_{namort}(t) = \frac{1}{m\omega_n} \text{sen}(\omega_n t) 1(t)$$

Discretizando esta equação por um intervalo de amostragem T , e aplicando o critério dado pela equação 2.44, encontra-se

$$h_{namort}[n] = T \frac{1}{m\omega_n} \text{sen}(\omega_n nT) 1[n] \quad (2.68)$$

Representando a função seno desta equação por exponenciais complexas, tem-se que

$$h_{namort}[n] = \frac{1}{2jm\omega_n} (e^{j\omega_n nT} - e^{-j\omega_n nT}) 1[n] \quad (2.69)$$

Agora, utilizando o par da transformada z dada pela equação 2.10 obtêm-se

$$H_{amort}[z] = \frac{1}{2jm\omega_n} \left(\frac{z}{z - e^{j\omega_n T}} - \frac{z}{z - e^{-j\omega_n T}} \right) \quad (2.70)$$

Encontrando o denominador comum, expandindo, e reconhecendo que $2\cos(\omega_n T) = e^{j\omega_n T} + e^{-j\omega_n T}$ e $2j\sin(\omega_n T) = e^{j\omega_n T} - e^{-j\omega_n T}$, a equação anterior torna-se

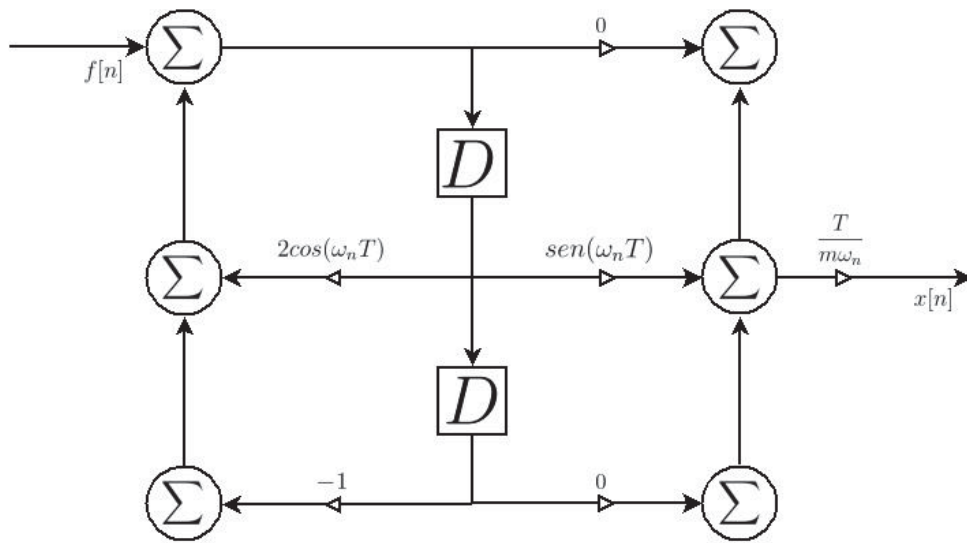
$$H_{namort}[z] = T \frac{1}{m\omega_n} \frac{z \sin(\omega_n T)}{(z^2 - 2z\cos(\omega_n T) + 1)} \quad (2.71)$$

ou

$$H_{namort}[z] = T \frac{1}{m\omega_n} \frac{z^{-1} \sin(\omega_n T)}{(1 - 2z^{-1}\cos(\omega_n T) + z^{-2})} \quad (2.72)$$

Utilizando a equação 2.31 e o modelo da FIGURA 20, a implementação desta função de transferência pulsada em um filtro IIR é ilustrada na FIGURA 26.

FIGURA 26 – REALIZAÇÃO IIR DE SM1GL NÃO AMORTECIDO



FONTE: o autor.

Para o caso subamortecido, a FRI é dada pela equação 2.56, que é repetida abaixo por conveniência

$$h_{sub}(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t) 1(t)$$

Discretizando esta equação por um intervalo de amostragem T , e aplicando o critério dado pela equação 2.44, encontra-se

$$h_{sub}[n] = T \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_n nT} \sin(\omega_d nT) 1[n] \quad (2.73)$$

Representando a função seno desta equação em exponenciais complexas, resulta que

$$h_{sub}[n] = T \frac{1}{2jm\omega_d} (e^{(-\zeta\omega_n + j\omega_d)nT} - e^{(-\zeta\omega_n - j\omega_d)nT}) 1[n] \quad (2.74)$$

Aplicando, agora, o par da transformada z dada pela equação 2.10, resulta em

$$H_{sub}[z] = T \frac{1}{2jm\omega_d} \left(\frac{z}{z - e^{(-\zeta\omega_n + j\omega_d)T}} - \frac{z}{z - e^{(-\zeta\omega_n - j\omega_d)T}} \right) \quad (2.75)$$

Encontrando o denominador comum, expandindo, e reconhecendo que $2\cos(\omega_d T) = e^{j\omega_d T} + e^{-j\omega_d T}$ e $2j\sin(\omega_d T) = e^{j\omega_d T} - e^{-j\omega_d T}$, a equação anterior torna-se

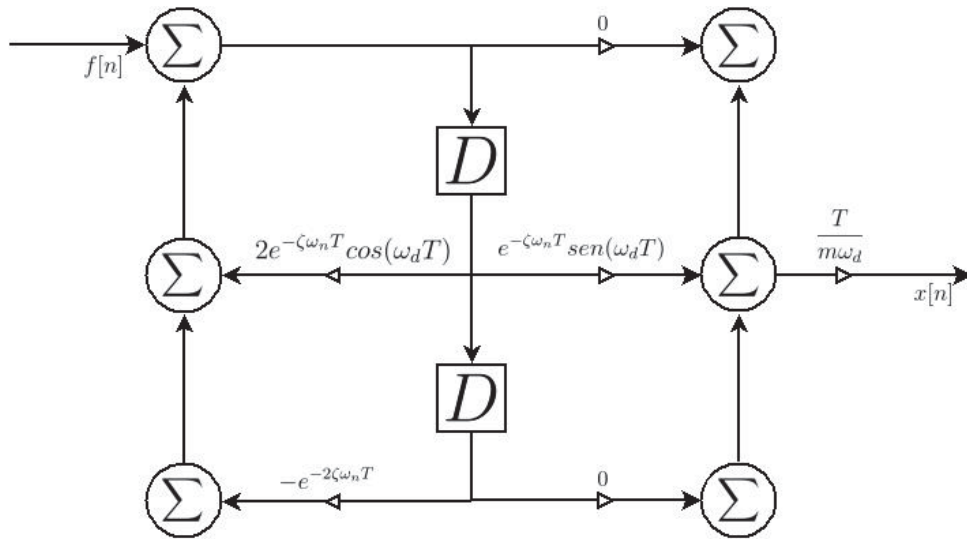
$$H_{sub}[z] = T \frac{1}{m\omega_d} \frac{ze^{-\zeta\omega_n T} \sin(\omega_d T)}{(z^2 - 2ze^{-\zeta\omega_n T} \cos(\omega_d T) + e^{-2\zeta\omega_n T})} \quad (2.76)$$

ou

$$H_{sub}[z] = T \frac{1}{m\omega_d} \frac{z^{-1}e^{-\zeta\omega_n T} \sin(\omega_d T)}{(1 - 2z^{-1}e^{-\zeta\omega_n T} \cos(\omega_d T) + z^{-2}e^{-2\zeta\omega_n T})} \quad (2.77)$$

Utilizando a equação 2.31 e o modelo da FIGURA 20, a implementação desta função de transferência pulsada em um filtro IIR é ilustrada na FIGURA 27.

FIGURA 27 – REALIZAÇÃO IIR DE SM1GL SUBAMORTECIDO



FONTE: o autor.

Para o caso criticamente amortecido, a FRI é dada pela equação 2.56, que é repetida aqui por conveniência.

$$h_{crit}(t) = \frac{1}{m} t e^{-\omega_n t} 1(t)$$

Discretizando esta equação por um intervalo de amostragem T , e aplicando o critério dado pela equação 2.44, encontra-se

$$h_{crit}[n] = \frac{T}{m} n T e^{-\omega_n n T} 1[n] \quad (2.78)$$

Aplicando, agora, a transformada z , como definida pela equação 2.7, resulta que

$$\frac{m}{T^2} H_{crit}[z] = 0 + 1Cz^{-1} + 2C^2z^{-2} + 3C^3z^{-3} + \dots \quad (2.79)$$

onde $C = e^{-\omega_n T}$. Multiplicando a equação acima por $C^{-1}z$ obtêm-se

$$\frac{m}{T^2} (C^{-1}z) H_{crit}[z] = 1 + 2Cz^{-1} + 3C^2z^{-2} + 4C^3z^{-3} + \dots \quad (2.80)$$

Subtraindo a equação 2.80 da equação 2.79, chega-se a

$$\frac{m}{T^2}(C^{-1}z - 1)H_{crit}[z] = 1 + Cz^{-1} + C^2z^{-2} + C^3z^{-3} + \dots \quad (2.81)$$

Reconhecendo a progressão geométrica infinita de Cz^{-1} e considerando $|Cz^{-1}| < 1$, pode-se compactar a equação acima por

$$\frac{m}{T^2}(C^{-1}z - 1)H_{crit}[z] = \frac{1}{1 - C^{-1}z} \quad (2.82)$$

Isolando $H_{crit}[z]$, resulta que

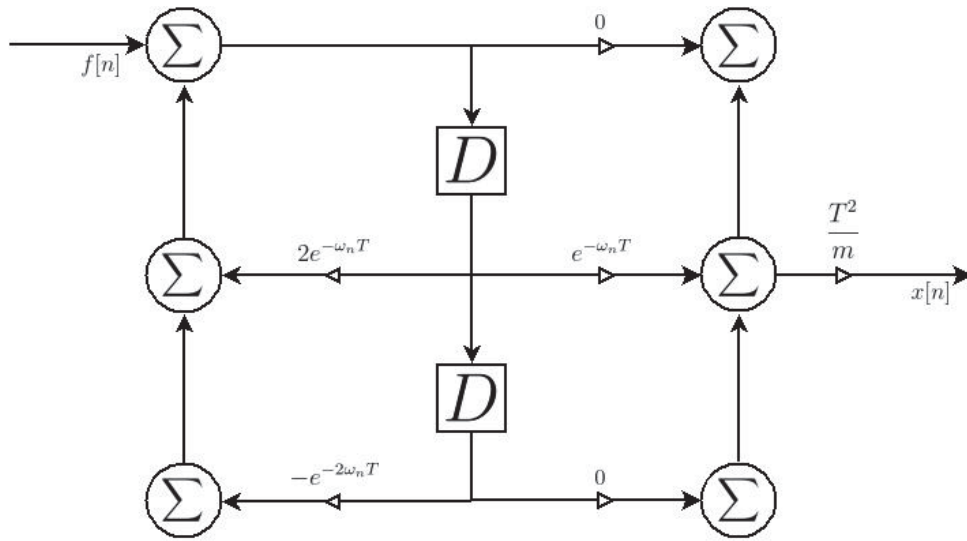
$$H_{crit}[z] = T^2 \frac{1}{m} \frac{zC}{(z^2 - 2Cz + C^2)} = T^2 \frac{1}{m} \frac{ze^{-\omega_n T}}{(z^2 - 2e^{-\omega_n T}z + e^{-2\omega_n T})} \quad (2.83)$$

ou então

$$H_{crit}[z] = T^2 \frac{1}{m} \frac{z^{-1}C}{(1 - 2Cz^{-1} + z^{-2}C^2)} = T^2 \frac{1}{m} \frac{z^{-1}e^{-\omega_n T}}{(1 - 2z^{-1}e^{-\omega_n T} + z^{-2}e^{-2\omega_n T})} \quad (2.84)$$

Utilizando a equação 2.31 e o modelo da FIGURA 20, a implementação desta função de transferência pulsada em um filtro IIR é ilustrada na FIGURA 28.

FIGURA 28 – REALIZAÇÃO IIR DE SM1GL CRITICAMENTE AMORTECIDO



FONTE: o autor.

Por fim, para o caso criticamente amortecido, a FRI é dada pela equação 2.56, que é repetida abaixo por conveniência.

$$h_{super}(t) = \frac{1}{m\omega_s} e^{-\zeta\omega_n t} \sinh(\omega_s t) 1(t)$$

Discretizando esta equação por um intervalo de amostragem T , e aplicando o critério dado pela equação 2.44, encontra-se

$$h_{super}[n] = T \frac{1}{m\omega_s} e^{-\zeta\omega_n nT} \sinh(\omega_s nT) 1[n] \quad (2.85)$$

Representando a função *senh* desta equação em exponenciais complexas, resulta em

$$h_{super}[nT] = T \frac{1}{2m\omega_s} (e^{(-\zeta\omega_n + \omega_s)Tn} - e^{(-\zeta\omega_n - \omega_s)Tn}) 1[n] \quad (2.86)$$

Aplicando agora o par da transformada z dada pela equação 2.10, obtém-se que

$$H_{super}[z] = T \frac{1}{2m\omega_s} \left(\frac{z}{z - e^{(-\zeta\omega_n + \omega_s)T}} - \frac{z}{z - e^{(-\zeta\omega_n - \omega_s)T}} \right) \quad (2.87)$$

Encontrando o denominador comum, expandindo e reconhecendo que $2\cosh(\omega_s T) = e^{\omega_s T} + e^{-\omega_s T}$ e $2\sinh(\omega_s T) = e^{\omega_s T} - e^{-\omega_s T}$, a equação acima torna-se

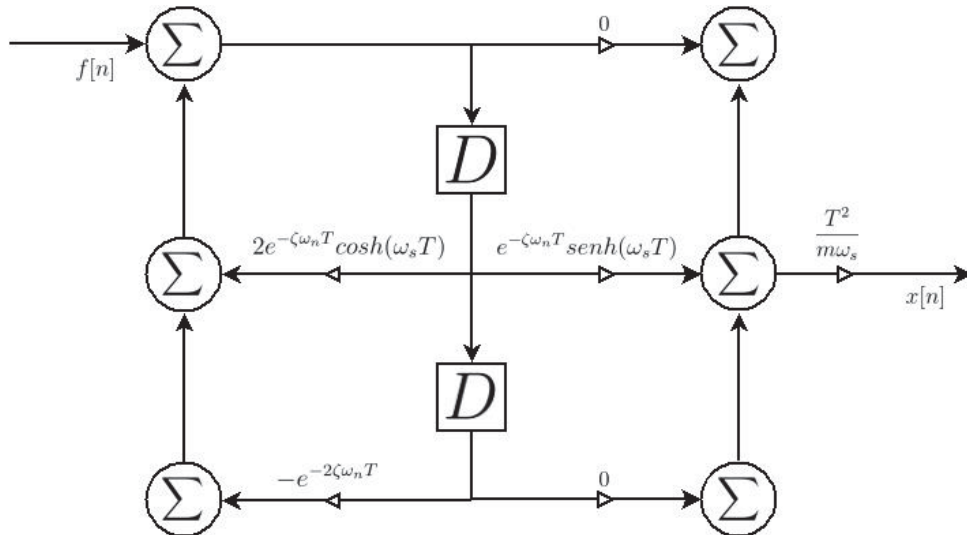
$$H_{super}[z] = T \frac{1}{m\omega_s} \frac{ze^{-\zeta\omega_n T} \sinh(\omega_s T)}{(z^2 - 2ze^{-\zeta\omega_n T} \cosh(\omega_s T) + e^{-2\zeta\omega_n T})} \quad (2.88)$$

ou

$$H_{super}[z] = T \frac{1}{m\omega_s} \frac{z^{-1} e^{-\zeta\omega_n T} \sinh(\omega_s T)}{(1 - 2z^{-1} e^{-\zeta\omega_n T} \cosh(\omega_s T) + z^{-2} e^{-2\zeta\omega_n T})} \quad (2.89)$$

Utilizando a equação 2.31 e o modelo da FIGURA 20, a implementação desta função de transferência pulsada em um filtro IIR é ilustrada na FIGURA 29.

FIGURA 29 – REALIZAÇÃO IIR DE SM1GL SUPERAMORTECIDO



FONTE: o autor.

Reunindo as equações 2.68, 2.73, 2.78 e 2.85, pode-se escrever uma única

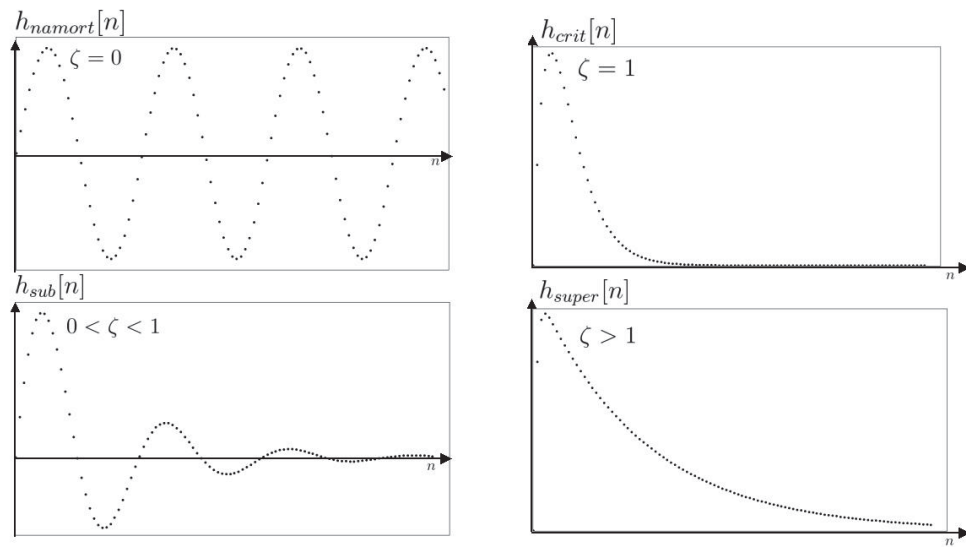
equação para $h_{mck}[n]$, dada por

$$h_{mck}[n] = \begin{cases} T \frac{1}{m\omega_n} \text{sen}(\omega_n nT) 1[n] & \text{para } \zeta = 0; \\ T \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_n nT} \text{sen}(\omega_d nT) 1[n] & \text{para } 0 < \zeta < 1; \\ T \frac{1}{m} nT e^{-\omega_n nT} 1[n] & \text{para } \zeta = 1; \\ T \frac{1}{m\omega_s} e^{-\zeta\omega_n nT} \text{senh}(\omega_s nT) 1[n] & \text{para } \zeta > 1. \end{cases} \quad (2.90)$$

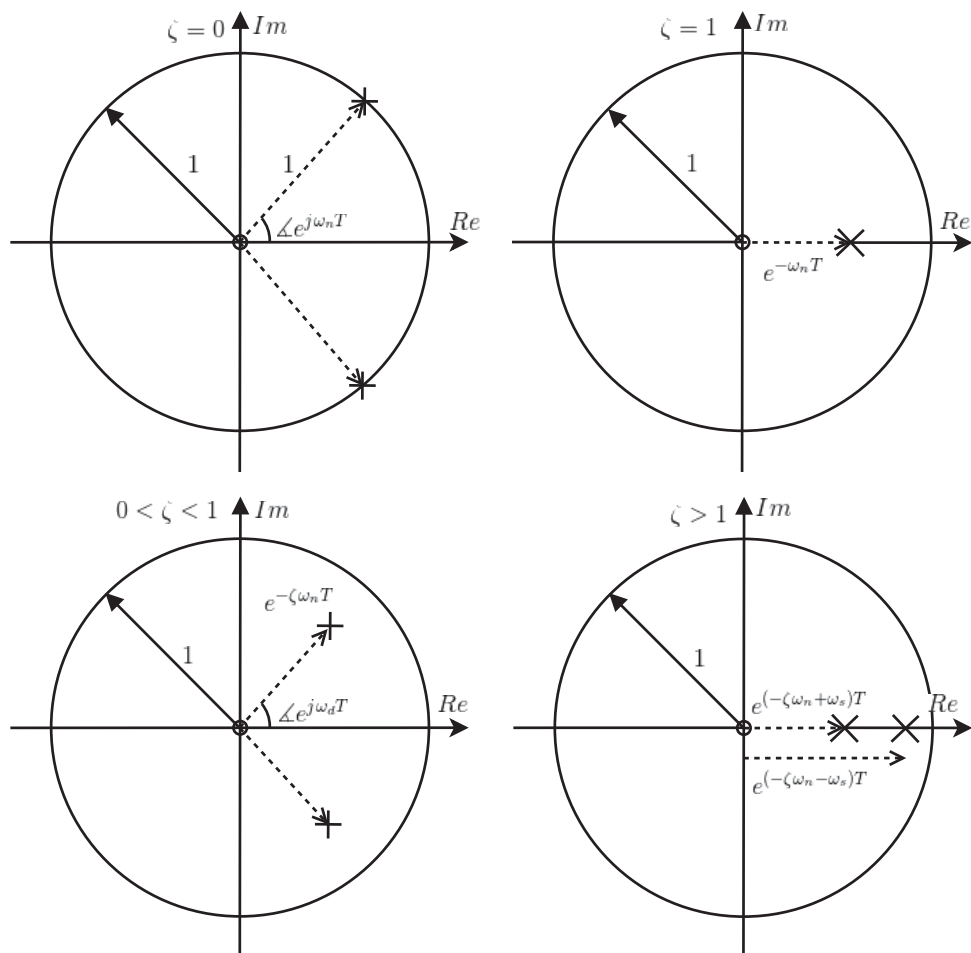
Reunindo as equações, 2.68, 2.73, 2.78 e 2.85 pode-se escrever, também, uma única equação para $H_{mck}[z]$, dada por

$$H_{mck}[z] = \begin{cases} T \frac{1}{m\omega_n} \frac{z \text{sen}(\omega_n T)}{(z^2 - 2z \cos(\omega_n T) + 1)} & \text{para } \zeta = 0; \\ T \frac{1}{m\omega_d} \frac{ze^{-\zeta\omega_n T} \text{sen}(\omega_d T)}{(z^2 - 2ze^{-\zeta\omega_n T} \cos(\omega_d T) + e^{-2\zeta\omega_n T})} & \text{para } 0 < \zeta < 1; \\ T \frac{1}{m} \frac{zTe^{-\omega_n T}}{(z^2 - 2e^{-\omega_n T}z + e^{-2\omega_n T})} & \text{para } \zeta = 1; \\ T \frac{1}{m\omega_s} \frac{ze^{-\zeta\omega_n T} \text{senh}(\omega_s T)}{(z^2 - 2ze^{-\zeta\omega_n T} \cosh(\omega_s T) + e^{-2\zeta\omega_n T})} & \text{para } \zeta > 1. \end{cases} \quad (2.91)$$

A FIGURA 30 apresenta a sequência discreta da FRP para cada um dos tipos de amortecimento de $h_{mck}[n]$. Já a FIGURA 31 apresenta os polos de $H_{mck}[z]$, e sua posição relativa na circunferência unitária. Um fato teórico a ser observado na FIGURA 31 é de que o módulo de cada polo sempre será menor, ou igual à unidade, uma vez que são exponenciais complexas elevadas a um valor real negativo ou igual a zero. Isto é esperado pelo fato que o sistema MCK é sempre estável ou marginalmente estável (para m e $k > 0$, $c \geq 0$, $k \geq 0$), e, portanto, sua emulação digital também deve ser (sistemas discretos no tempo são estáveis quando todos os seus polos encontram-se dentro da circunferência unitária, e marginalmente estável quando existem polos na circunferência unitária (LATHI, 2005)).

FIGURA 30 – CURVAS DE $h_{mck}[n]$ 

FONTE: o autor.

FIGURA 31 – POLOS DE $H_{mck}[z]$ 

FONTE: o autor.

Para visualizar parcialmente, no domínio da frequência, a eficiência do modelo

da equação 2.91 em realizar o modelo da equação 2.50, substitui-se s por $j\omega$ na equação 2.50, obtendo-se

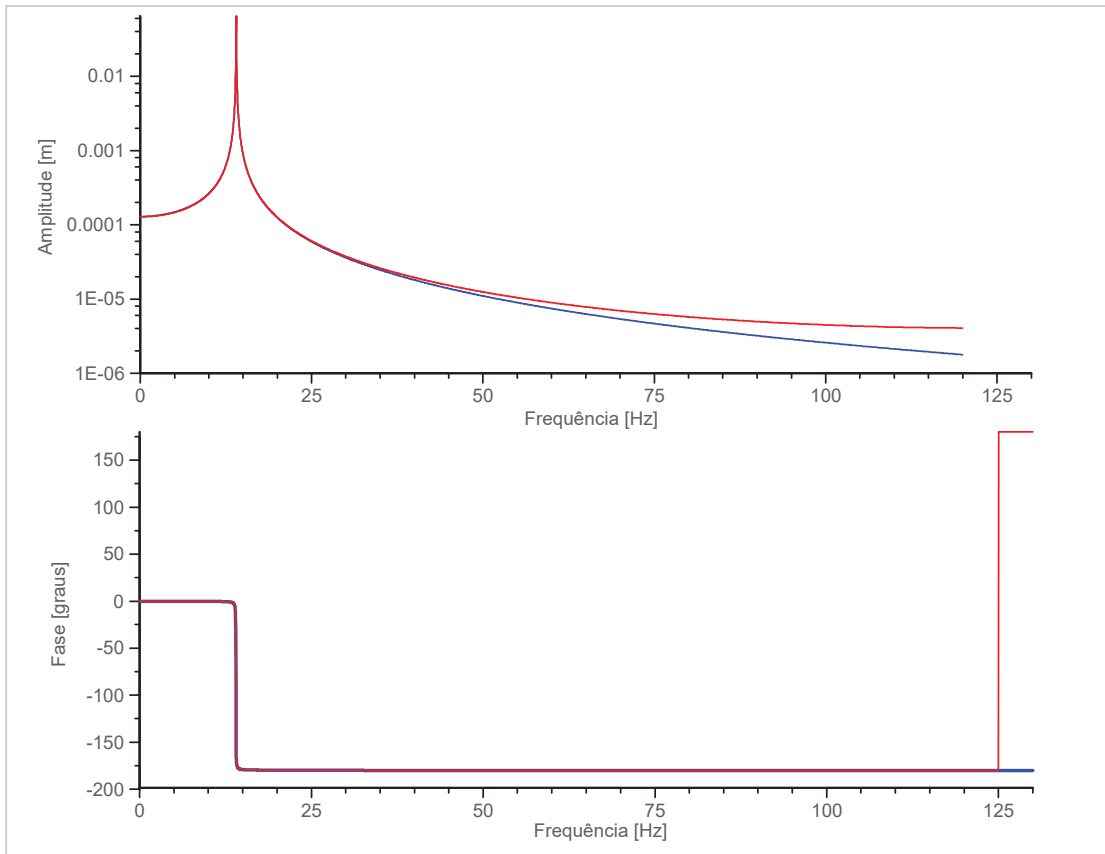
$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{m}}{-\omega^2 + 2j\zeta\omega_n\omega + \omega_n^2} \quad (2.92)$$

Já com a substituição de z por $e^{j\Omega}$ na equação 2.91, para $0 < \zeta < 1$, chega-se a

$$H_{mck,sub}[e^{j\Omega}] = T \frac{1}{m\omega_d} \frac{e^{j\Omega} e^{-\zeta\omega_n T} \text{sen}(\omega_d T)}{(e^{2j\Omega} - 2e^{j\Omega} e^{-\zeta\omega_n T} \cos(\omega_d T) + e^{-2\zeta\omega_n T})} \quad (2.93)$$

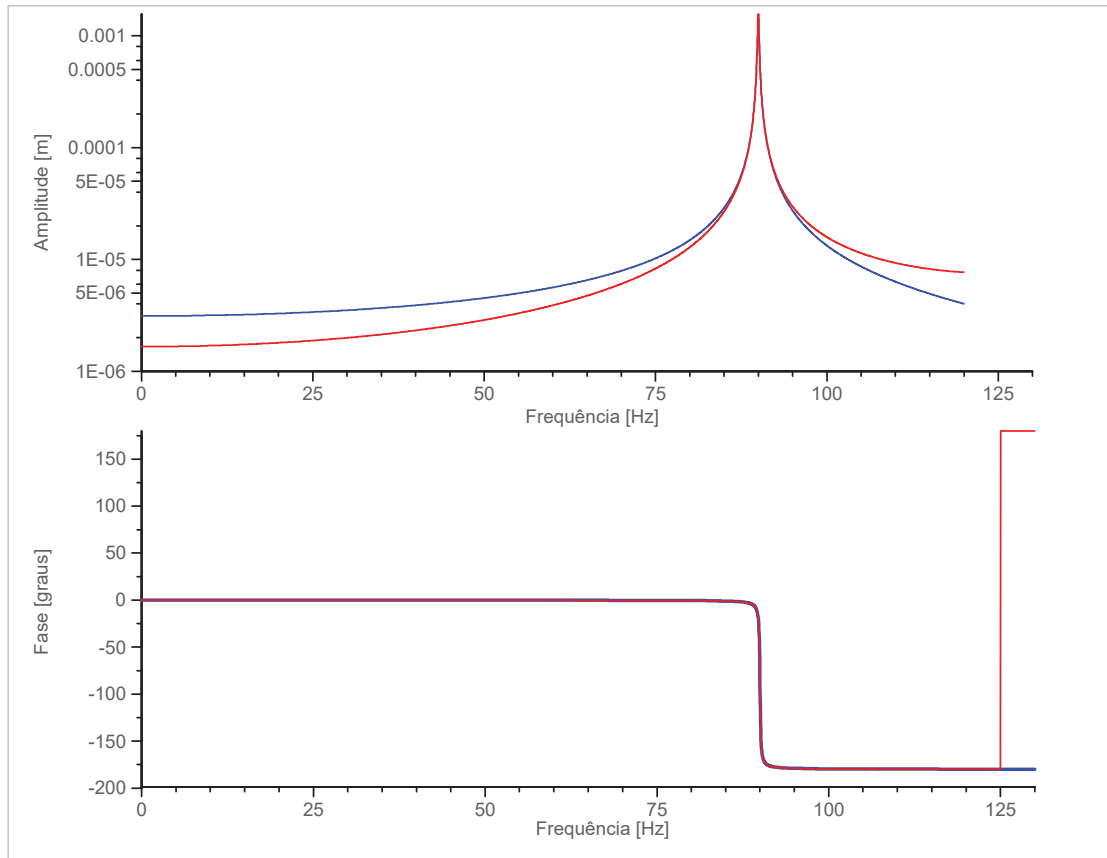
As curvas em azul e vermelho da FIGURA 32 são as FRFs da equação 2.92 e da equação 2.93, respectivamente, para $m = 1 \text{ kg}$, $\zeta = 0,001$, $f_n = 14 \text{ Hz}$, $f_a = 1/T = 250 \text{ Hz}$. Foi utilizado, como intervalo entre os pontos no eixo das abscissas, $df = 0,025 \text{ Hz}$. Assim, para se ter concordância nos dois modelos, o intervalo da frequência circular em tempo discreto $d\Omega$ deverá ser $2\pi df T$.

FIGURA 32 – FRF DAS EQUAÇÕES 2.92 E 2.93 PARA $f_n = 14 \text{ Hz}$



FONTE: o autor.

A FIGURA 33 apresenta o mesmo resultado da FIGURA 32, porém com $f_n = 90 \text{ Hz}$.

FIGURA 33 – FRF DAS EQUAÇÕES 2.92 E 2.93 PARA $f_n = 90 \text{ Hz}$ 

FONTE: o autor.

Observa-se que o modelo perde exatidão à medida que se aproxima da frequência de Nyquist $f_{ny} = f_a/2 = 125 \text{ Hz}$.

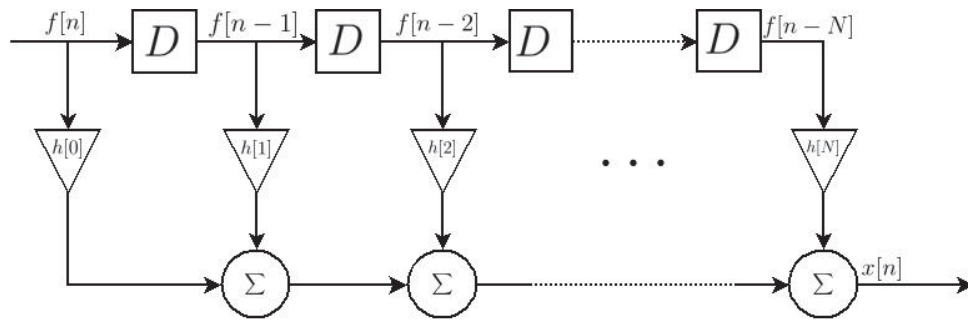
Os filtros FIR também podem ser usados para emular um sistema MCK. Contudo, essa realização não é tão conveniente em relação à realização por filtros IIR, como será exposto abaixo.

Para a realização por filtros FIR, ao aplicar-se a transformada-z, dada pela equação 2.7, na equação 2.90, resulta que

$$H[z] = h_{mck}[0] + h_{mck}[1]z^{-1} + h_{mck}[2]z^{-2} + h_{mck}[3]z^{-3} + \dots \quad (2.94)$$

Assim, comparando a equação 2.32 com a equação acima, observa-se que $b_i = h[i]$ para $0 < i < N$, onde N é o número de coeficientes disponíveis no filtro a ser utilizado para implementação (isto é, o comprimento transversal do filtro). Desta forma, a implementação FIR é apresentada na FIGURA 34.

FIGURA 34 – REALIZAÇÃO FIR DE SM1GL



FONTE: o autor.

Decorre, portanto, que:

- O número de coeficientes do filtro é finito no valor de N , e como $h_{mck}[n]$ em cada um dos casos de amortecimento se estende até o infinito, o filtro irá truncar $h[n]$ em $i = N$, desconsiderando todos os coeficientes $h[i]$ para $i > N$ que, supostamente, deveriam estar contemplados no modelo. Já para filtros IIR isto não ocorre, pois ele terá a FRI exatamente igual a $h_{mck}[n]$, utilizando apenas quatro coeficientes, dois recursivos e dois não recursivos.
- Quanto menor o amortecimento do sistema, menor é o decaimento da envoltória exponencial de $h_{mck}[n]$ e, portanto, maior o número de coeficientes que o filtro FIR deverá possuir para emular o sistema de forma satisfatória. Recorda-se aqui que sistemas mecânicos, em sua grande maioria, apresentam baixo amortecimento ($\zeta < 0,001$).
- O alto número de coeficientes para a simulação via filtro FIR poderá exigir muito dos recursos de computação na simulação, tanto de memória, como de processamento.

2.6 SISTEMA MECÂNICO COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

Um sistema com múltiplos graus de liberdade (SMMGL), linear invariante no tempo, sem termos e /ou circulatorios, pode ser modelado no tocante ao seu comportamento vibratório pela seguinte equação diferencial matricial de movimento:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}(t) \quad (2.95)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{C} é a matriz de amortecimento viscoso, \mathbf{K} é a matriz de rigidez,

$$\mathbf{x}(t)^T = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & \cdots & x_m(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.96)$$

é o sinal vetorial de deslocamento,

$$\dot{\mathbf{x}}(t)^T = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) & \dot{x}_2(t) & \cdots & \dot{x}_m(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.97)$$

é o sinal vetorial de velocidade,

$$\ddot{\mathbf{x}}(t)^T = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1(t) & \ddot{x}_2(t) & \cdots & \ddot{x}_m(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.98)$$

é o sinal vetorial de aceleração, $f(t)$ é o sinal vetorial de forças aplicadas, e m é o número de graus de liberdade.

2.6.1 Solução por Análise Modal

Caso a matriz de amortecimento \mathbf{C} seja proporcional, ou seja, $\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$, onde α e β são constantes positivas, a equação 2.95, inicialmente acoplada, pode ser desacoplada por um procedimento denominado análise modal (RAO, 2016); (INMAN, 2007). Nesse procedimento, largamente conhecido, faz-se uma transformação de coordenadas, das coordenadas físicas $\mathbf{x}(t)$ para as coordenadas modais $\mathbf{r}(t)$, em que

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{U}\mathbf{r}(t) \quad (2.99)$$

e, portanto,

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{x}(t) \quad (2.100)$$

A matriz \mathbf{U} contém os modos de vibrar do sistema e é dada por

$$\mathbf{U} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{P} \quad (2.101)$$

onde \mathbf{L}^{-1} é a inversa da matriz \mathbf{L} , triangular superior, obtida da decomposição de Choleski da matriz de massa \mathbf{M} ($\mathbf{M} = \mathbf{L}^T\mathbf{L}$) e \mathbf{P} é a matriz que contém, em colunas, os autovetores ortonormais da matriz $\tilde{\mathbf{K}} = (\mathbf{L}^T)^{-1}\mathbf{K}\mathbf{L}^{-1}$.

Levando a equação 2.99 na equação 2.95, obtém-se

$$\mathbf{M}\mathbf{U}\ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{C}\mathbf{U}\dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{U}\mathbf{r}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.102)$$

Pré multiplicando a equação 2.102 por \mathbf{U}^T , tem-se

$$\mathbf{U}^T\mathbf{M}\mathbf{U}\ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{U}^T\mathbf{C}\mathbf{U}\dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{U}^T\mathbf{K}\mathbf{U}\mathbf{r}(t) = \mathbf{U}^T\mathbf{f}(t) \quad (2.103)$$

Ocorre que

$$\mathbf{U}^T\mathbf{M}\mathbf{U} = (\mathbf{L}^{-1}\mathbf{P})^T\mathbf{M}(\mathbf{L}^{-1}\mathbf{P}) = \mathbf{P}^T(\mathbf{L}^{-1})^T\mathbf{M}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{P} = \mathbf{P}^T(\mathbf{L}^T)^{-1}\mathbf{L}^T\mathbf{L}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{P} = \mathbf{I} \quad (2.104)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^T\mathbf{K}\mathbf{U} &= (\mathbf{L}^{-1}\mathbf{P})^T\mathbf{K}(\mathbf{L}^{-1}\mathbf{P}) = \mathbf{P}^T(\mathbf{L}^{-1})^T\mathbf{K}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{P} \\ &= \mathbf{P}^T(\mathbf{L}^T)^{-1}\mathbf{K}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{P} = \mathbf{P}^T\tilde{\mathbf{K}}\mathbf{P} = \mathbf{\Lambda} \end{aligned} \quad (2.105)$$

onde Λ é a matriz diagonal contendo os autovalores da matriz $\tilde{\mathbf{K}}$. Esses autovalores são as frequências naturais do sistema ao quadrado.

Nas operações acima, usa-se os seguintes fatos:

- Propriedade da matriz L :

$$(\mathbf{L}^{-1})^T = (\mathbf{L}^T)^{-1}; \quad (2.106)$$

- autovetores ortonormais:

$$\mathbf{P}^T \mathbf{P} = \mathbf{I} \quad (2.107)$$

- A matriz $\tilde{\mathbf{K}}$, que é simétrica, pode ser diagonalizada por seus autovetores através de $\mathbf{P}^T \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{P}$.

Em decorrência das Equações 2.104 e 2.105, tem-se que

$$\mathbf{U}^T \mathbf{C} \mathbf{U} = \mathbf{U}^T (\alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}) \mathbf{U} = \alpha \mathbf{U}^T \mathbf{M} \mathbf{U} + \beta \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \alpha \mathbf{I} + \beta \Lambda \quad (2.108)$$

Levando as Equações 2.104, 2.105, e 2.108 em 2.103, chega-se a

$$\mathbf{I} \ddot{\mathbf{r}}(t) + (\alpha \mathbf{I} + \beta \Lambda) \dot{\mathbf{r}}(t) + \Lambda \mathbf{r}(t) = \mathbf{U}^T \mathbf{f}(t) \quad (2.109)$$

em que a matriz Λ é dada por

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \omega_{n1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_{n2}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_{nm}^2 \end{bmatrix} \quad (2.110)$$

sendo ω_{ni} a frequência natural do i -ésimo modo ($i = 1, 2, \dots, m$).

A equação 2.109 é um sistema de equações diferenciais ordinárias lineares de segunda ordem, desacopladas nas coordenadas modais $\mathbf{r}(t)$. É conveniente introduzir o conceito de amortecimento modal, de modo que

$$(\alpha \mathbf{I} + \beta \Lambda) \dot{\mathbf{r}}(t) = \Upsilon \dot{\mathbf{r}}(t) \quad (2.111)$$

onde a matriz Υ é dada por

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} 2\zeta_1 \omega_{n1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2\zeta_2 \omega_{n2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2\zeta_m \omega_{nm} \end{bmatrix} \quad (2.112)$$

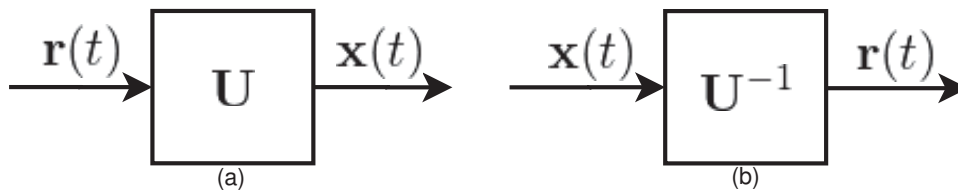
e ζ_i é a i -ésima razão de amortecimento modal.

Desta forma, a equação 2.109 pode ser rescrita na forma

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{\Upsilon}\dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{\Lambda}\mathbf{r}(t) = \mathbf{U}^T\mathbf{f}(t) \quad (2.113)$$

em que cada uma das equações componentes pode ser resolvida isoladamente. Analisando a transformação matricial \mathbf{U} ilustrada na FIGURA 35, e levando em consideração as soluções individuais da equação 2.109, pode-se constatar que a solução em coordenadas físicas virá a equação 2.99, em que cada coluna da matriz \mathbf{U} multiplica uma única solução da equação 2.109.

FIGURA 35 – TRANSFORMAÇÃO ENTRE COORDENADAS FÍSICAS E MODAIS.



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) De modais para físicas; (b) De físicas para modais.

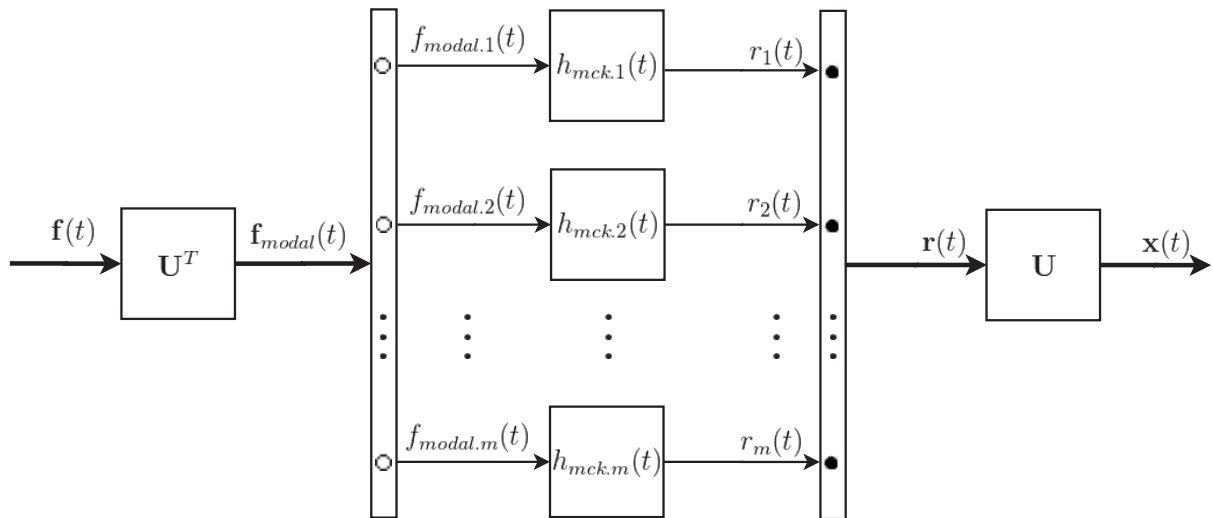
Assim pode-se concluir que as vibrações de um SMMGL, linear e invariante no tempo, resultam de combinações lineares de m configurações físicas específicas distintas, $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m$, os modos de vibrar, cada qual associado com uma solução na forma de um SM1GL com FRI específica, $h_{mck,1}(t), h_{mck,2}(t), \dots, h_{mck,m}(t)$. Essas FRIs são tais que

$$\begin{cases} h_{mck,1}(t) = f(\omega_{n1}, \zeta_1, t) \text{ (FRI associado ao modo } \mathbf{u}_1) \\ h_{mck,2}(t) = f(\omega_{n2}, \zeta_2, t) \text{ (FRI associado ao modo } \mathbf{u}_2) \\ \vdots \\ h_{mck,M}(t) = f(\omega_{nM}, \zeta_M, t) \text{ (FRI associado ao modo } \mathbf{u}_M) \end{cases} \quad (2.114)$$

onde $\omega_{n,1}, \omega_{n,2}, \dots, \omega_{n,M}$ são as frequências naturais dispostas na diagonal de $\mathbf{\Lambda}$, $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_M$ são as razões de amortecimento modal, presentes na diagonal da matriz $\mathbf{\Upsilon}$.

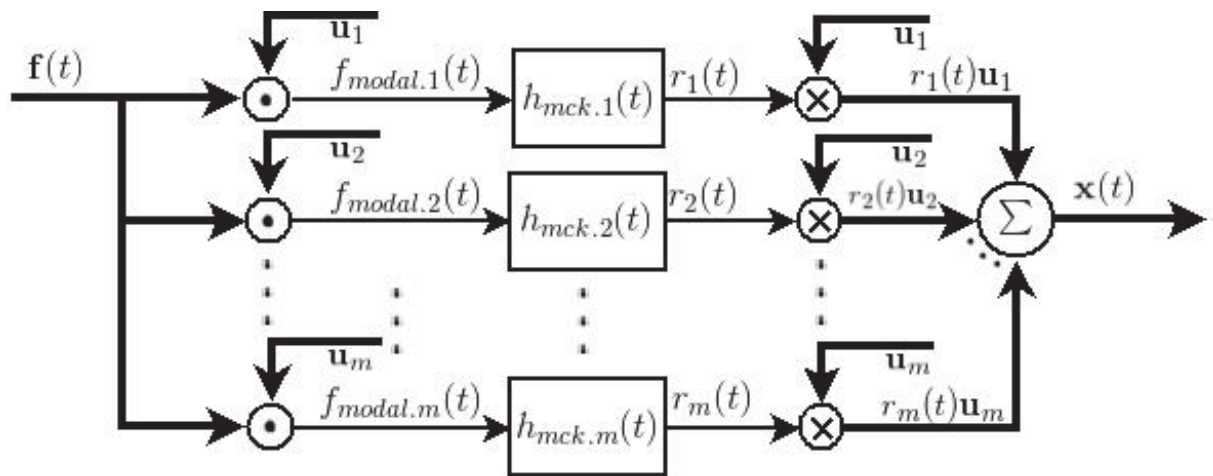
Através da equação 2.114 e da FIGURA 35, é possível realizar o sistema de múltiplos graus de liberdade conforme a FIGURA 36, que é equivalente à FIGURA 37.

FIGURA 36 – REALIZAÇÃO DE SMMGL EM TEMPO CONTÍNUO VERSÃO 1



FONTE: o autor.

FIGURA 37 – REALIZAÇÃO DE SMMGL EM TEMPO CONTÍNUO VERSÃO 2



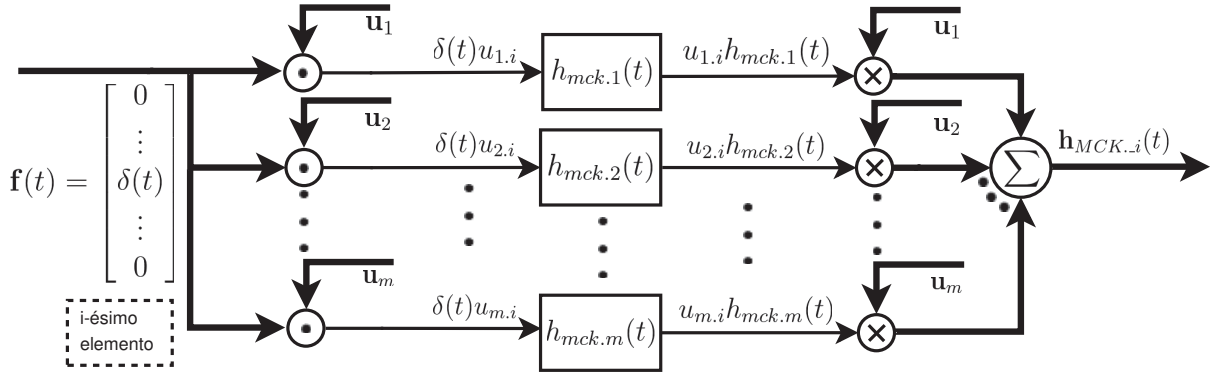
FONTE: o autor.

2.6.2 Funções Resposta ao Impulso, Funções de Transferência e Funções Resposta em Frequência de um Sistema com Múltiplos Graus de Liberdade (Tempo Contínuo)

Por generalidade, um sistema mecânico com múltiplos graus de liberdade deve ser tratado como MIMO. Seu modelo deve ser configurado de forma que existam m entradas de força e m saídas de deslocamento, uma para cada grau de liberdade. Neste arranjo, portanto, ele apresenta $mm = m^2$ funções resposta ao impulso, uma para cada combinação entre as entradas de força e as saídas de deslocamento.

Para determinar estas funções resposta ao impulso, considera-se uma entrada impulsiva apenas no elemento i no vetor $\mathbf{f}(t)$ da FIGURA 37. Isto leva ao desenvolvimento da FIGURA 38 onde $\mathbf{u}_{k,i}$ representa o i -ésimo elemento do vetor modal \mathbf{u}_k para $k = 1, 2, \dots, M$. Recordar-se aqui que um sistema responde com sua FRI quando é submetida a uma entrada impulsiva, resultado este utilizado na geração da FIGURA 38.

FIGURA 38 – ENTRADA IMPULSIVA EM SMMGL EM TEMPO CONTÍNUO



FONTE: o autor.

Nota-se da FIGURA 38 que

$$\mathbf{h}_{MCK_i}(t) = u_{1,i}\mathbf{u}_1 h_{mck,1}(t) + u_{2,i}\mathbf{u}_2 h_{mck,2}(t) + \dots + u_{m,i}\mathbf{u}_m h_{mck,m}(t) \quad (2.115)$$

onde cada elemento de $\mathbf{h}_{MCK_i}(t)$ representa a FRI em uma coordenada generalizada do sistema, quando submetida a uma entrada impulsiva no elemento i do vetor $\mathbf{f}(t)$.

Assim, a FRI associada a uma entrada impulsiva no elemento i e à saída correspondente no elemento j do sistema é dada por

$$h_{MCK,ji}(t) = u_{1,i}u_{1,j}h_{mck,1}(t) + u_{2,i}u_{2,j}h_{mck,2}(t) + \dots + u_{M,i}u_{M,j}h_{mck,M}(t) \quad (2.116)$$

$$= \sum_{k=1}^M (u_{k,i}u_{k,j})h_{mck,k}(t)$$

ou

$$h_{MCK,ji}(t) = [\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T]_{ji} h_{mck,1}(t) + [\mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T]_{ji} h_{mck,2}(t) + \dots + [\mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^T]_{ji} h_{mck,m}(t) \quad (2.117)$$

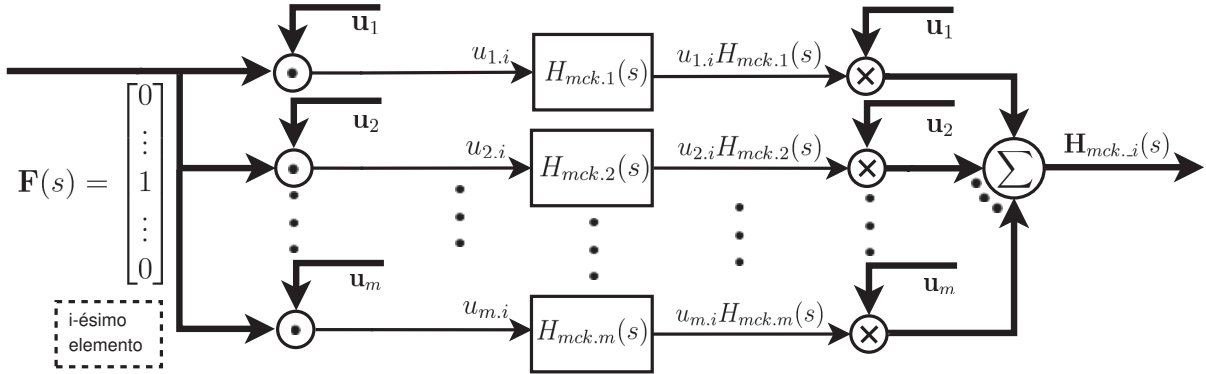
$$= \sum_{k=1}^m [\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T]_{ji} h_{mck,k}(t)$$

onde $\mathbf{u}_{k,j}$ representa o j -ésimo elemento do vetor modal \mathbf{u}_k , $\mathbf{u}_{k,i}$ representa o i -ésimo elemento do vetor modal \mathbf{u}_k e $[\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T]_{ji}$ representa o elemento da linha j e da coluna i da matriz

$$\mathbf{u}_k^T \mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} u_{k,1}u_{k,1} & u_{k,1}u_{k,2} & \cdots & u_{k,1}u_{k,m} \\ u_{k,2}u_{k,1} & u_{k,2}u_{k,2} & \cdots & u_{k,2}u_{k,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{k,m}u_{k,1} & u_{k,m}u_{k,2} & \cdots & u_{k,m}u_{k,m} \end{bmatrix}$$

Este resultado pode ser imediatamente estendido para funções de transferência. Considerando a transformada de Laplace na FIGURA 38, obtém-se a FIGURA 39.

FIGURA 39 – ENTRADA IMPULSIVA EM SMMGL NO DOMÍNIO DE LAPLACE



FONTE: o autor.

Também pelo uso da transformada de Laplace nas Equações 2.116 e 2.117, decorre que

$$\begin{aligned}
 H_{MCK.ji}(s) &= u_{1.i}u_{1.j}H_{mck.1}(s) + u_{2.i}u_{2.j}H_{mck.2}(s) + \cdots + u_{m.i}u_{m.j}H_{mck.m}(s) \\
 &= \sum_{k=1}^m (u_{k.i}u_{k.j})H_{mck.k}(s)
 \end{aligned}
 \tag{2.118}$$

ou

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_{MCK.ji}(s) &= [\mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_1]_{ji} H_{mck.1}(s) + [\mathbf{u}_2^T \mathbf{u}_2]_{ji} H_{mck.2}(s) + \cdots + [\mathbf{u}_M^T \mathbf{u}_M]_{ji} H_{mck.M}(s) \\
 &= \sum_{k=1}^M [\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T]_{ji} H_{mck.k}(s)
 \end{aligned}
 \tag{2.119}$$

As FRF são formulas quando $s = j\omega$ nas Equações 2.118, 2.119 resultando em

$$\begin{aligned}
 H_{MCK.ji}(\omega) &= u_{1.i}u_{1.j}H_{mck.1}(\omega) + u_{2.i}u_{2.j}H_{mck.2}(\omega) + \cdots + u_{m.i}u_{m.j}H_{mck.m}(\omega) \\
 &= \sum_{k=1}^m (u_{k.i}u_{k.j})H_{mck.k}(\omega)
 \end{aligned}
 \tag{2.120}$$

ou

$$\begin{aligned}
 H_{MCK.ji}(\omega) &= [\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T]_{ji} H_{mck.1}(\omega) + [\mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T]_{ji} H_{mck.2}(\omega) + \cdots + [\mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^T]_{ji} H_{mck.m}(\omega) = \\
 &= \sum_{k=1}^m [\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T]_{ji} H_{mck.k}(\omega)
 \end{aligned}
 \tag{2.121}$$

2.7 EMULAÇÃO DE SISTEMA MECÂNICO COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

2.7.1 Visão Geral

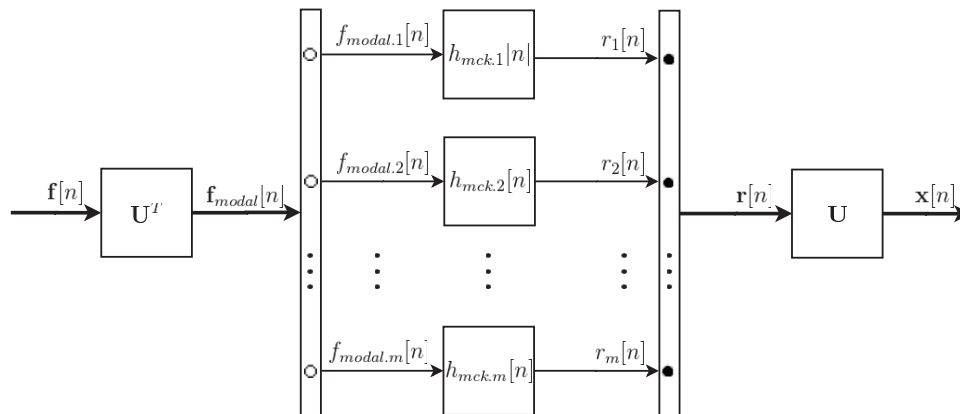
A extensão da emulação para SMMGL pode ser feita de forma imediata através da implementação de filtros IIR no espaço modal, caso sejam fornecidas as informações sobre os parâmetros modais do sistema. Serão empregados, então, as equações 2.113 além das transformações entre o sinal vetorial discreto $\mathbf{x}[n]$, que se encontra em coordenadas físicas, para o sinal vetorial discreto $\mathbf{r}[n]$, que se encontra nas coordenadas modais, através da matriz modal \mathbf{U} , e de sua inversa, \mathbf{U}^{-1} .

Com isto em mente, a implementação via diagrama de blocos é ilustrada na FIGURA 40, onde $h_{mck,1}[n]$, $h_{mck,2}[n]$, \dots , $h_{mck,m}[n]$ são as funções resposta pulsada associadas a cada modo de vibrar, na forma da equação 2.90. Elas são funções tais que

$$\begin{cases} h_{mck,1}[n] = f[\omega_{n,1}, \zeta_1, n] \text{ (FRP associado ao modo } \mathbf{u}_1) \\ h_{mck,2}[n] = f[\omega_{n,2}, \zeta_2, n] \text{ (FRP associado ao modo } \mathbf{u}_2) \\ \vdots \\ h_{mck,m}[n] = f[\omega_{n,m}, \zeta_m, n] \text{ (FRP associado ao modo } \mathbf{u}_m) \end{cases} \quad (2.122)$$

onde $\omega_{n1}, \omega_{n2}, \dots, \omega_{nm}$ são as frequências naturais dispostas na diagonal da matriz $\mathbf{\Lambda}$, $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_m$ são as razões de amortecimento modal, presentes na diagonal da matriz $\mathbf{\Upsilon}$.

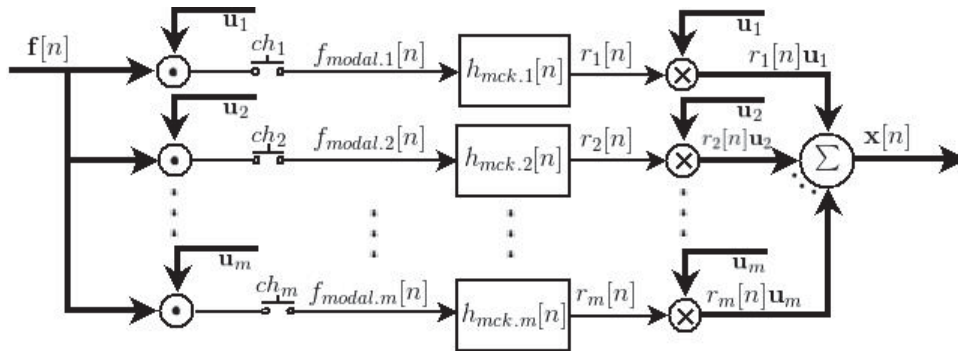
FIGURA 40 – REALIZAÇÃO DE SMMGL EM TEMPO DISCRETO



FONTE: o autor.

Uma outra forma de realizar este mesmo sistema é o exposto na FIGURA 41. Destacam-se, nesse diagrama, as chaves ch_1, ch_2, \dots e ch_m . Elas podem ser acionadas em uma combinação específica, de forma que apenas os modos de interesse sejam contemplados na solução, diminuindo assim, os esforços computacionais. Esta técnica é denominada truncamento modal (MACIEL; BARBOSA, 2015).

FIGURA 41 – REALIZAÇÃO DE SMMGL NO TEMPO DISCRETO 2



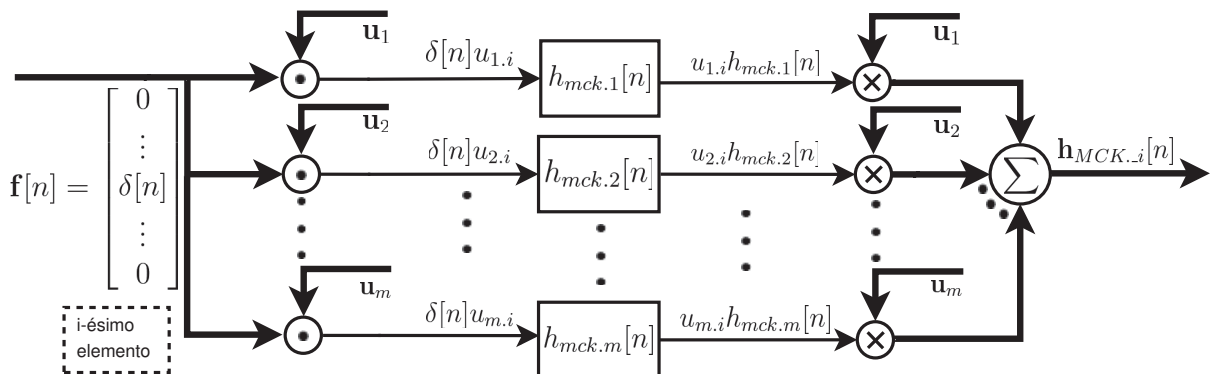
FONTE: o autor.

2.7.2 Funções Resposta Pulsada, Funções de Transferência Pulsada e Funções Resposta em Frequência de um Sistema com Múltiplos Graus de Liberdade (Tempo Discreto)

Procede-se aqui de forma análoga ao executado na seção 2.6.2 para obter as FRIs, funções de transferência e funções resposta em frequência em sistemas com múltiplos graus de liberdade em tempo contínuo, será utilizado, aqui, para formular as FRP, funções de transferência pulsada e funções resposta em frequência de um SMMGL em tempo discreto.

Para obter as funções resposta pulsada, considera-se uma entrada do tipo pulso apenas no elemento i no vetor $\mathbf{f}[n]$ da FIGURA 41. Isto leva a geração da FIGURA 42, onde $\mathbf{u}_{k,i}$ representa o i -ésimo elemento do vetor modal \mathbf{u}_k para $k = 1, 2, \dots, m$. Recorda-se aqui que um sistema responde com sua FRP quando é submetido a uma entrada do tipo pulso, resultado este utilizado na FIGURA 42.

FIGURA 42 – ENTRADA IMPULSIVA EM SMMGL EM TEMPO DISCRETO



FONTE: o autor.

Nota-se, da FIGURA 42, que

$$\mathbf{h}_{MCK.i}[n] = u_{1,i}\mathbf{u}_1h_{mck.1}[n] + u_{2,i}\mathbf{u}_2h_{mck.2}[n] + \dots + u_{m,i}\mathbf{u}_mh_{mck.m}[n] \quad (2.123)$$

onde cada elemento de $\mathbf{h}_{MCK_i}[n]$ representa a FRP em uma coordenada generalizada do sistema, quando submetido a uma entrada do tipo pulso no elemento i do vetor $\mathbf{f}[n]$.

Assim, a FRP associado a entrada do tipo pulso no elemento i e à saída correspondente no elemento j do sistema, é dada por

$$\begin{aligned} h_{MCK.ji}[n] &= u_{1.i}u_{1.j}h_{mck.1}[n] + u_{2.i}u_{2.j}h_{mck.2}[n] + \cdots + u_{m.i}u_{m.j}h_{mck.m}[n] \\ &= \sum_{k=1}^m (u_{k.i}u_{k.j})h_{mck.k}[n] \end{aligned} \quad (2.124)$$

ou

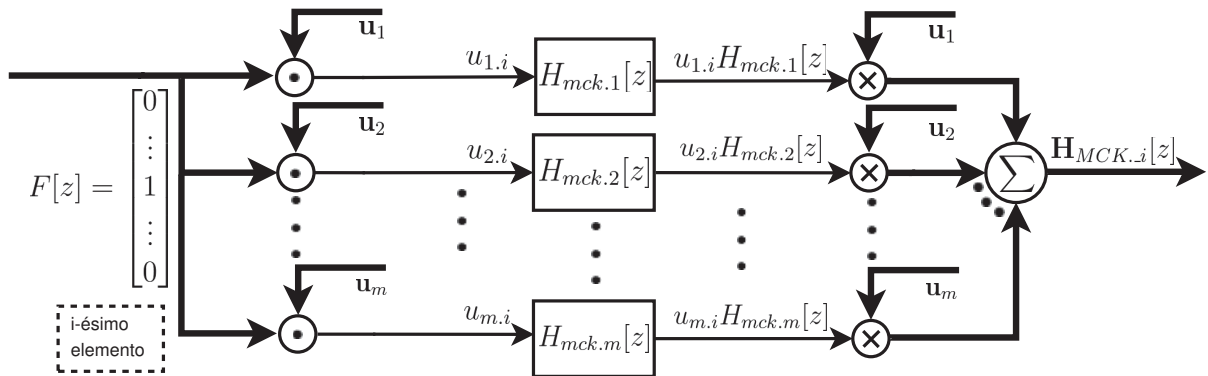
$$\begin{aligned} h_{MCK.ji}[n] &= [\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T]_{ji} h_{mck.1}[n] + [\mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T]_{ji} h_{mck.2}[n] + \cdots + [\mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^T]_{ji} h_{mck.m}[n] \\ &= \sum_{k=1}^m [\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T]_{ji} h_{mck.k}[n] \end{aligned} \quad (2.125)$$

onde $\mathbf{u}_{k.j}$ representa o j -ésimo elemento do vetor modal \mathbf{u}_k , $\mathbf{u}_{k.i}$ representa o i -ésimo elemento do vetor modal \mathbf{u}_k e $[\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T]_{ji}$ representa o elemento da linha j e da coluna i da matriz

$$\mathbf{u}_k^T \mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} u_{k.1}u_{k.1} & u_{k.1}u_{k.2} & \cdots & u_{k.1}u_{k.m} \\ u_{k.2}u_{k.1} & u_{k.2}u_{k.2} & \cdots & u_{k.2}u_{k.m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{k.m}u_{k.1} & u_{k.m}u_{k.2} & \cdots & u_{k.m}u_{k.m} \end{bmatrix}$$

Este resultado pode ser imediatamente estendido para funções de transferência pulsada. Considerando a transformada z na FIGURA 42, obtém-se a FIGURA 43.

FIGURA 43 – ENTRADA IMPULSIVA EM SMMGL NO DOMÍNIO z



FONTE: o autor.

Também pelo uso da transformada z nas Equações 2.124 e 2.125, decorre que

$$\begin{aligned} H_{MCK.ji}[z] &= u_{1.i}u_{1.j}H_{mck.1}[z] + u_{2.i}u_{2.j}H_{mck.2}[z] + \cdots + u_{m.i}u_{m.j}H_{mck.m}[z] \\ &= \sum_{k=1}^m (u_{k.i}u_{k.j})H_{mck.k}[z] \end{aligned} \quad (2.126)$$

e

$$\begin{aligned}
 H_{MCK.ji}[z] &= [\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T]_{ji} H_{mck.1}[z] + [\mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T]_{ji} H_{mck.2}[z] + \cdots + [\mathbf{u}_M \mathbf{u}_M^T]_{ji} H_{mck.M}[z] \\
 &= \sum_{k=1}^M [\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T]_{ji} H_{mck.k}[z]
 \end{aligned}
 \quad (2.127)$$

As FRFs podem ser determinadas fazendo $z = e^{j\Omega}$ nas Equações 2.126 e 2.127, resultando em

$$\begin{aligned}
 H_{MCK.ji}(e^{j\Omega}) &= u_{1.i} u_{1.j} H_{mck.1}(e^{j\Omega}) + u_{2.i} u_{2.j} H_{mck.2}(e^{j\Omega}) + \cdots + u_{m.i} u_{m.j} H_{mck.m}(e^{j\Omega}) \\
 &= \sum_{k=1}^m (u_{k.i} u_{k.j}) H_{mck.k}(e^{j\Omega})
 \end{aligned}
 \quad (2.128)$$

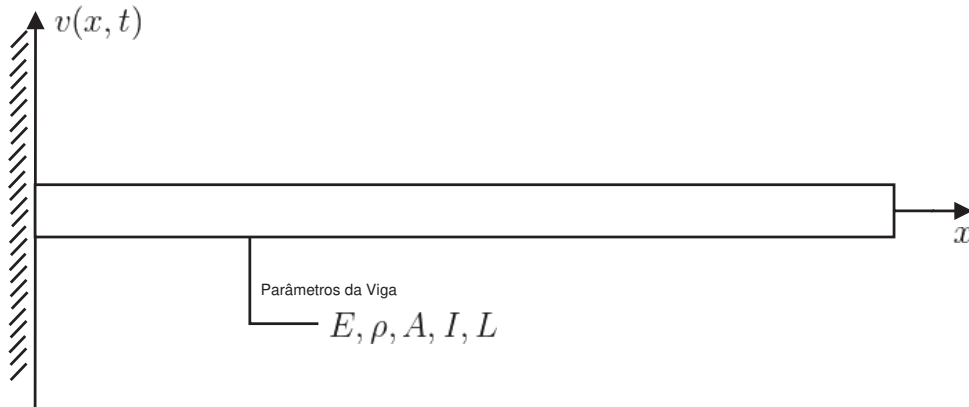
ou

$$\begin{aligned}
 H_{MCK.ji}(e^{j\Omega}) &= [\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T]_{ji} H_{mck.1}(e^{j\Omega}) + [\mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T]_{ji} H_{mck.2}(e^{j\Omega}) + \cdots + [\mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^T]_{ji} H_{mck.m}(e^{j\Omega}) \\
 &= \sum_{k=1}^m [\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T]_{ji} H_{mck.k}(e^{j\Omega})
 \end{aligned}
 \quad (2.129)$$

2.8 MODELO DE UMA VIGA ENGASTADA LIVRE

Concluindo o presente capítulo, serão apresentados de forma concisa, nesta seção, as ideias centrais para a elaboração de um modelo discreto elementar para a descrição do comportamento vibratório à flexão de uma viga engastada-livre, metálica, delgada e uniforme, conforme mostra a FIGURA 44.

FIGURA 44 – VIGA ENGASTADA-LIVRE



FONTE: o autor.

Como já exposto, uma viga sob essas condições é objeto de investigação nesta dissertação e o modelo aqui tratado, ainda que elementar, será satisfatório para as

atividades de simulação, sendo que sua implementação, para tal fim, se dará conforme os desenvolvimentos expostos nas seções anteriores.

Assim sendo, para o modelo discreto aqui elaborado, serão obtidas as matrizes de massa e rigidez correspondentes. A partir dessas matrizes, serão obtidas os parâmetros modais requeridos para a emulação do comportamento da viga por meio de filtros digitais. A exatidão do modelo elaborado será verificada, posteriormente, a partir da teoria de sistemas contínuos e de experimentos.

Na FIGURA 44, tem-se que $v(x, t)$ é a deflexão (deslocamento) da viga, que depende da variável espacial x e do tempo t . Os parâmetros da viga são os seguintes: E , o módulo de elasticidade da viga; ρ , a densidade do material da viga; A , a área da seção transversal da viga; I , o momento de inércia de área, também associado à seção transversal e ao eixo em torno do qual se dá a flexão; L , o comprimento da viga. As unidades correspondentes são as do SI.

Para a viga em questão, sabe-se, da teoria de vibrações à flexão em sistemas com parâmetros distribuídos (D. J INMAN, 2013) que as frequências naturais, em rad/s , são dadas por

$$\omega_{ni} = \beta_i^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}}, \text{ para } i = 1, 2, \dots \quad (2.130)$$

ao passo que, em Hz , são dadas por

$$f_{ni} = \frac{1}{2\pi} \beta_i^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}} \text{ para } i = 1, 2, \dots \quad (2.131)$$

Os coeficientes β_i são tais que

$$\beta_i L = \left(\frac{(2i-1)\pi}{2} + e_i \right) \text{ para } i = 1, 2, \dots \quad (2.132)$$

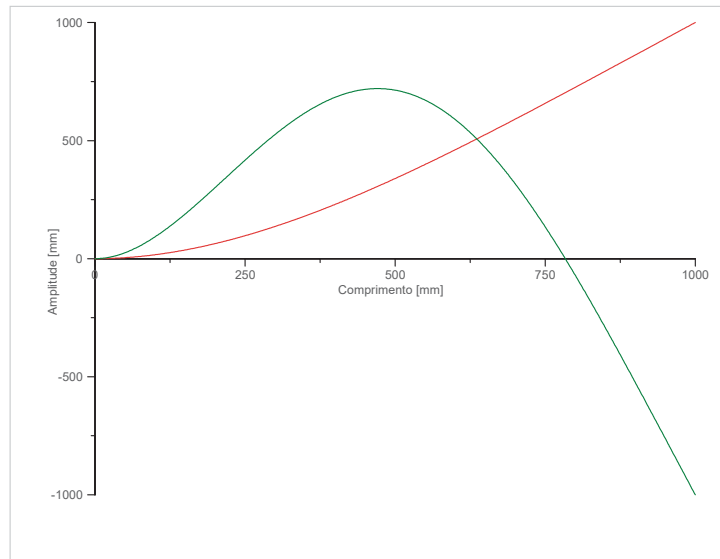
em que $e_1 = 0,3042$, $e_2 = -0,018$, $e_3 = 0,0012$ e $e_i \cong 0$ para $i > 3$.

Já os modos de vibrar associados são dadas por

$$W_i(x) = \sinh(\beta_i x) - \sin(\beta_i x) + \frac{(\sinh(\beta_i L) + \sin(\beta_i L))}{(\cosh(\beta_i L) + \cos(\beta_i L))} (\sinh(\beta_i x) - \sin(\beta_i x)) \quad (2.133)$$

onde $W(x)$ é a função que descreve o modo, ao longo do comprimento da viga. A FIGURA 45 ilustra o primeiro modo de vibrar de uma viga engastada-livre, em vermelho, e também o segundo, em verde.

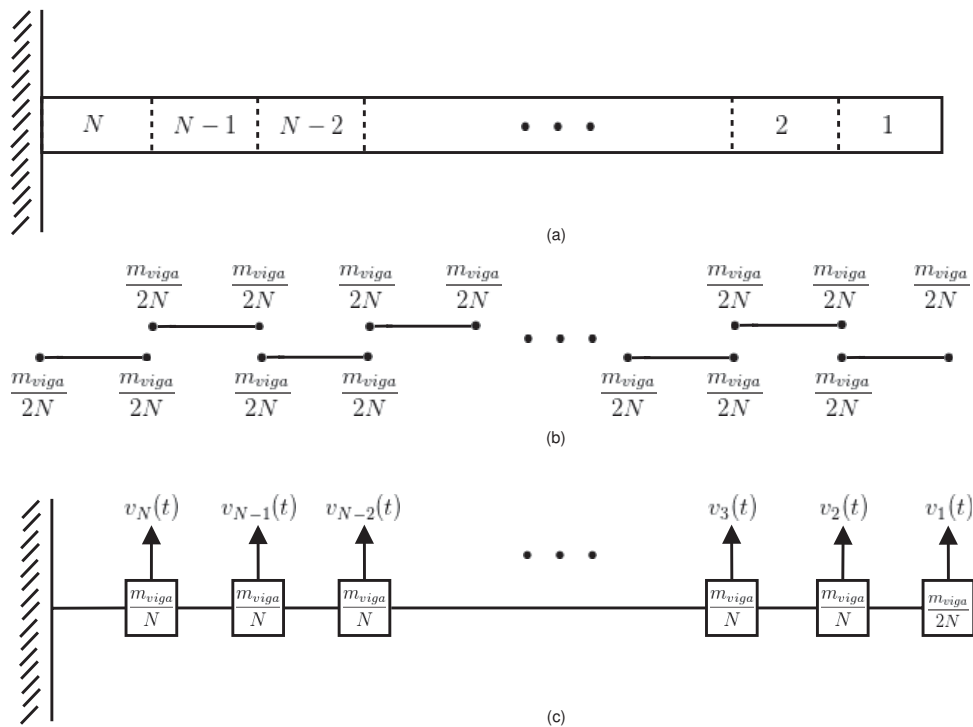
FIGURA 45 – MODOS DE VIBRAR DE UMA VIGA ENGASTADA-LIVRE



FONTE: o autor.

Os parâmetros modais expostos acima podem ser aproximados através do seguinte modelo discreto. Inicialmente, divide-se a viga em N partes e distribui-se a massa dessas partes para a constituição de elementos de massa concentrada, como visto na FIGURA 46.

FIGURA 46 – VIGA ENGASTADA-LIVRE DISCRETIZADA



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Coordenadas generalizadas ao longo da fronteira dos elementos da viga; (b) Distribuição da inércia ao longo dos elementos; (c) Modelo Discreto.

A cada um desses elementos, é atribuído um valor de massa e uma coordenada generalizada de deslocamento, como também ilustrado na FIGURA 46.

Para o modelo da FIGURA 46, a matriz de massa M é dada por

$$M = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \frac{m_{viga}}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_{viga} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{viga} \end{bmatrix} \quad (2.134)$$

Para a determinação da matriz de rigidez K , parte-se do fato de que ela é inversa da matriz de flexibilidade A , ou seja (HIBBELER; FAN, 2011)

$$K = A^{-1} \quad (2.135)$$

As colunas de A podem ser determinadas aplicando-se uma força unitária estática concentrada em cada um dos elementos da FIGURA 46 e calculando-se os deslocamentos correspondentes em todos os elementos, pois, pela definição da matriz de flexibilidade

$$v_e = Af \quad (2.136)$$

onde v_e é o vetor de deslocamentos estáticos nos elementos e f é o vetor de forças estáticas. Ou seja

$$\begin{bmatrix} v_{e1} \\ v_{e2} \\ \vdots \\ v_{eN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix} \quad (2.137)$$

Os deslocamentos em questão podem ser obtidos pela aplicação das equações de equilíbrio estático ao caso de uma viga engastada-livre, (HIBBELER; FAN, 2011), de modo que

$$v_e(x, a) = \frac{1}{6EI} (3ax^2 - x^3) \text{ para } a > x \quad (2.138)$$

Discretizando a variável x na forma $x = k\Delta x$, e a variável a na forma $a = l\Delta x$, e, em seguida, substituindo na equação acima, resulta que

$$v_e(k, l) = \frac{\Delta x^3}{6EI} (3k^2l - k^3) \text{ para } l > k \quad (2.139)$$

onde

$$\Delta x = \frac{L}{N} \quad (2.140)$$

, e N é o número de elementos discretos.

Desta forma, a parte triangular inferior da matriz A será dada por

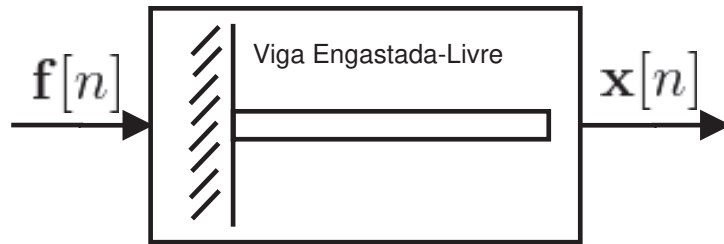
$$A = \begin{bmatrix} v_e(k, l)_{k=N; l=N} & * & * & \cdots & * \\ v_e(k, l)_{k=(N-1); l=N} & v_e(k, l)_{k=(N-1); l=(N-1)} & * & \cdots & * \\ v_e(k, l)_{k=(N-2); l=N} & v_e(k, l)_{k=(N-2); l=(N-1)} & v_e(k, l)_{k=(N-2); l=(N-3)} & \cdots & * \\ v_e(k, l)_{k=(N-3); l=N} & v_e(k, l)_{k=(N-3); l=(N-1)} & v_e(k, l)_{k=(N-3); l=(N-3)} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_e(k, l)_{k=1; l=N} & v_e(k, l)_{k=1; l=(N-1)} & v_e(k, l)_{k=1; l=N} & \cdots & v_e(k, l)_{k=1; l=1} \end{bmatrix} \quad (2.141)$$

Como a matriz A é necessariamente simétrica, portanto, a parte triangular superior é obtida espelhando-se os elementos da parte triangular inferior. Já a determinação da matriz K é feita pela da equação 2.135. Se for desejado que o engaste fique no sentido reverso ao da FIGURA 44, basta considerar a transposta de A e reverter a ordem dos elementos da diagonal de M .

Com as matrizes M e K obtidas acima, pode-se computar as frequências naturais e os modos de vibrar normalizados, como exposto na seção 2.6. Já no tocante às razões de amortecimento, recomenda-se que eles sejam estimados com base na experiência ou experimentos (D. J INMAN, 2013), o que é feito no presente trabalho.

A partir do exposto acima pode-se simular digitalmente uma viga engastada livre, aplicando o método descrito na seção 2.7. O diagrama de blocos da FIGURA 47 apresenta a notação deste modelo no tempo discreto, onde $f[n]$ é o sinal vetorial de força e $x[n]$ é o sinal vetorial de deslocamento. Este modelo será utilizado posteriormente para simular a viga em um estudo de caso de CAAV.

FIGURA 47 – REALIZAÇÃO EM TEMPO DISCRETO DE UMA VIGA ENGASTADA LIVRE



FONTE: o autor.

3 CONTROLE DE VIBRAÇÕES

Como exposto no capítulo inicial, entende-se por controle de vibrações o conjunto de medidas que visam manter a resposta dinâmica de um sistema mecânico abaixo de níveis máximos considerados permitidos. Os níveis máximos permitidos têm sido determinados pela experiência e estão, em grande parte, contidos em normas e especificações.

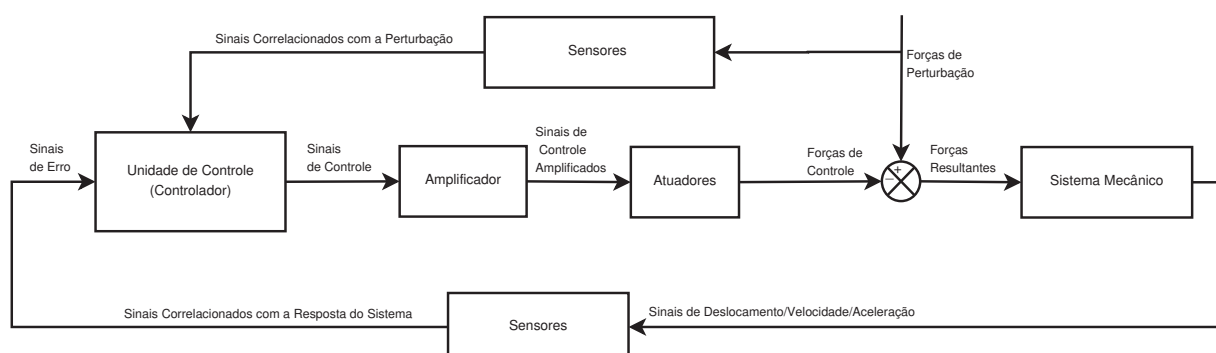
Caso a medida de controle requiera manutenção de potência externa para sua aplicação, ela será classificada como sendo de controle ativo. Caso contrário, ela pertencerá à classe do controle passivo. A associação de medidas de controle passivo com medidas de controle ativo tem-se dado denominação específica de controle misto, ou híbrido.

Neste capítulo, será feita, uma exposição sobre técnicas de controle ativo e de controle passivo. No tocante às técnicas de controle ativo por antecipação e controle passivo por camadas viscoelásticas constritas, a exposição será mais detalhada, tendo em vista a aplicação dessas técnicas no presente trabalho de pesquisa.

3.1 CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES

O objetivo principal do controle ativo de vibrações é reduzir, através da aplicação de forças de controle, a vibração provocada por fontes de perturbação em um certo sistema. Os principais componentes do controle ativo são os sensores, a unidade de controle, os atuadores e os amplificadores. Na literatura específica, é usual nomear as forças de perturbação como forças primárias e as forças de controle como forças secundárias. A arquitetura genérica de um sistema de controle ativo é mostrada na FIGURA 48.

FIGURA 48 – ARQUITETURA GENÉRICA DE UM SISTEMA DE CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES



FONTE: o autor.

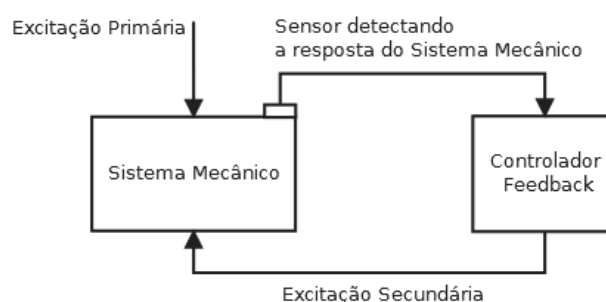
Os sensores captam sinais com informações sobre as vibrações e/ou forças de perturbação, e os transmitem para a unidade de controle. A unidade de controle, por sua vez, processa esses sinais e, através de um algoritmo, gera os sinais de controle, que são amplificados pelo amplificador. O sinal de controle amplificado é transmitido para os atuadores, que convertem os sinais elétricos em sinais de força, que atuam no sistema mecânico de interesse, em conjunto com as forças primárias.

O controle ativo pode ser implementado com base em três arquiteturas diferentes, denominadas *feedback*, ou por retroalimentação, *feedforward*, ou por antecipação, e ainda por uma arquitetura combinada *feedforward-feedback*, ou por retroalimentação-antecipação. Essas arquiteturas serão abordadas na sequência, com maior ênfase na arquitetura por antecipação, que é a empregada neste trabalho.

3.1.1 Arquitetura por Retroalimentação

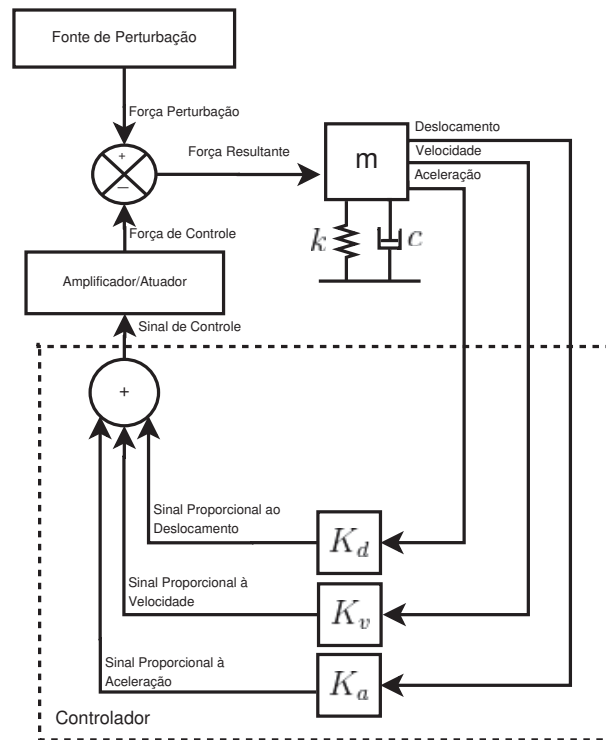
Na arquitetura de controle ativo por retroalimentação, ou *feedback*, emprega-se a resposta da estrutura para gerar a ação de controle. Observa-se que, nesta arquitetura, o algoritmo de controle não necessita de sinais correlacionados com as fontes de perturbação, o que não é o caso da arquitetura *feedforward*, que necessita desses sinais. O processo de análise e o projeto da arquitetura *feedback* estão bem descritos em Inman (2007) e Fuller, Elliott e Nelson (1996). Um diagrama de blocos equivalente ao sistema de controle *feedback*, em sua forma genérica, é apresentado na FIGURA 49.

FIGURA 49 – COMPONENTES DE UM SISTEMA DE CONTROLE *FEEDBACK*



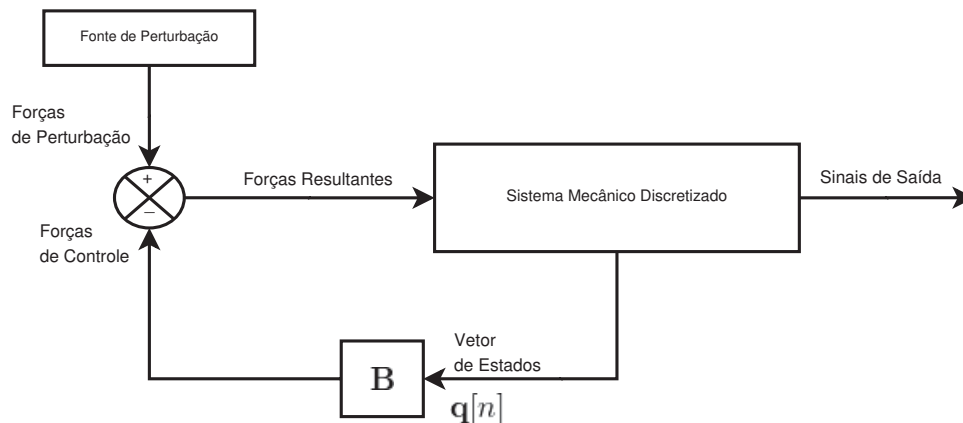
FONTE: o autor.

A aplicação mais simples da arquitetura *feedback* em vibração é no controle de um sistema massa mola amortecedor (MCK). Nesta aplicação, os sinais de deslocamento, velocidade e aceleração são medidos, multiplicados por constantes projetadas K_d , K_v e K_a , respectivamente, e então somados entre si, gerando o sinal de controle. Esse sinal, por sua vez, alimenta o amplificador e o atuador, que gera a ação de controle na estrutura, conforme ilustra FIGURA 50.

FIGURA 50 – CONTROLE *FEEDBACK* EM SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE

FONTE: o autor.

Para sistemas com maior número de graus de liberdade, e com vários sinais de *feedback*, a abordagem em espaço de estado é normalmente utilizada (FULLER; ELLIOTT; NELSON, 1996). Nesta abordagem, utiliza-se o produto matricial de uma matriz de ganho de malha projetada B , pelo vetor de estados da estrutura, $\mathbf{q}[n]$, calculando assim as diversas forças de controle que atuam em diferentes locais da estrutura. A FIGURA 51 demonstra essa arquitetura de controle.

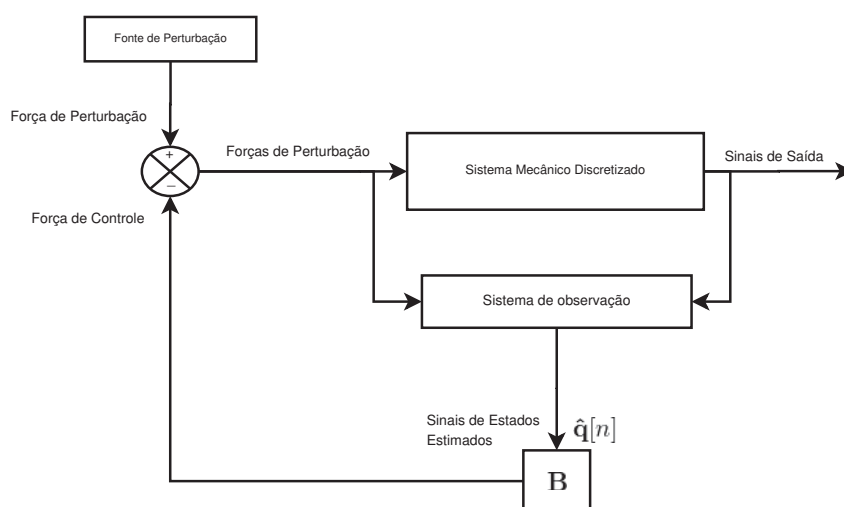
FIGURA 51 – CONTROLE *FEEDBACK* EM SISTEMA COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

FONTE: o autor.

Em casos mais complexos, não se pode medir todos os sinais de estado da

estrutura. Portanto, o que se faz é projetar um observador. Um observador é uma entidade que estima todos os sinais de estado de um sistema, através de seus sinais de saída e entrada. Assim, com poucos sensores na estrutura, é possível estimar todas as suas variáveis de estados e realizar a ação de controle (FULLER; ELLIOTT; NELSON, 1996). A FIGURA 52 demonstra a arquitetura *feedback* com o subsistema de observação incorporado.

FIGURA 52 – SISTEMA DE OBSERVAÇÃO IMPLEMENTADO EM ARQUITETURA *FEED-BACK*



FONTE: o autor.

Aplicações práticas demonstram que existem limitações na utilização de uma arquitetura de controle que exige modelos físicos no seu projeto, como é o caso da arquitetura *feedback*. Isto valorizou a ideia de se utilizar um modelo de identificação dinâmico, que emprega diretamente os dados de entrada e saída, abordagem esta adotada pela arquitetura de controle ativo por antecipação (LANDAU et al., 2017).

3.1.2 Arquitetura por Antecipação

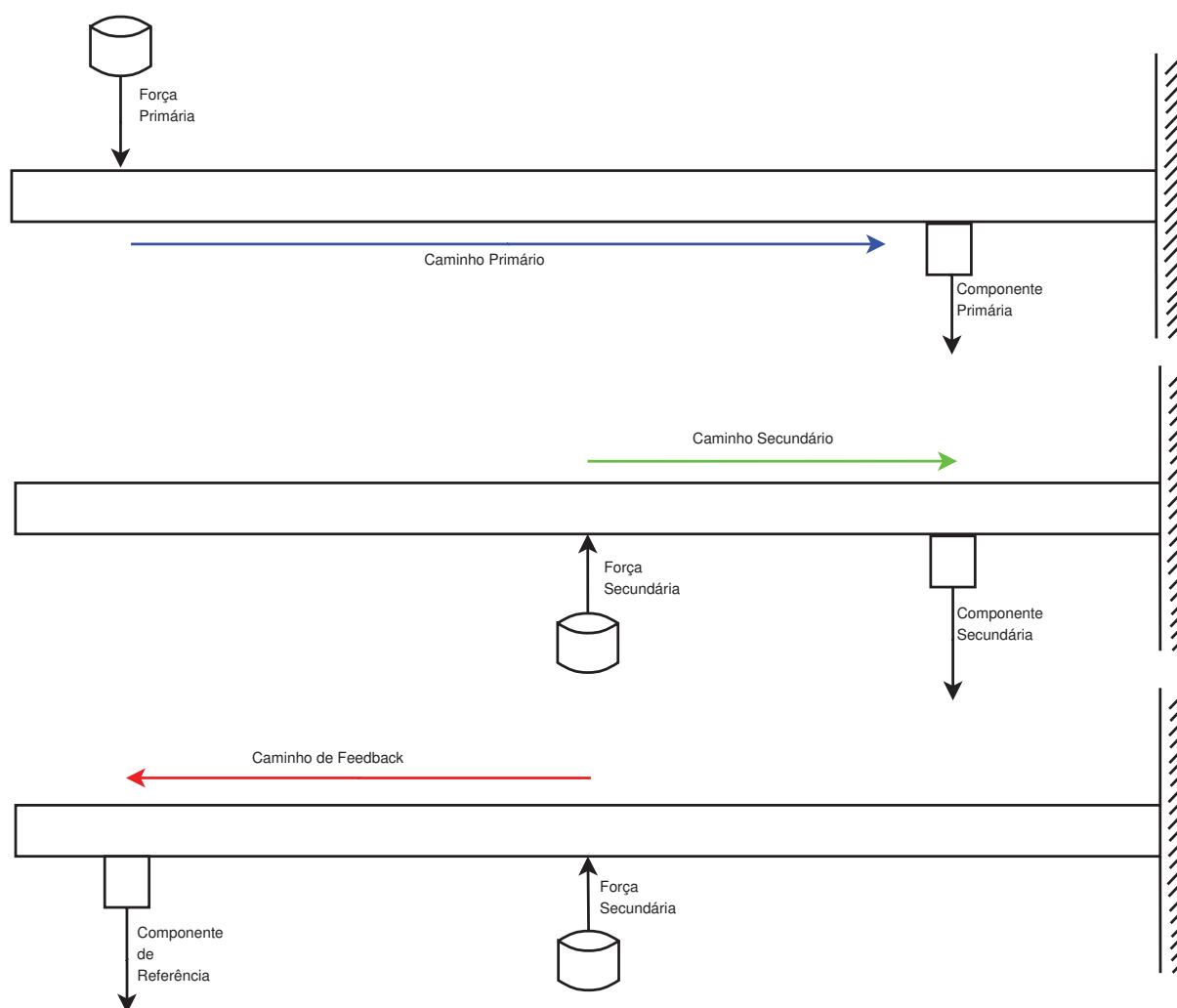
3.1.2.1 Visão Geral

A estratégia de controle por antecipação consiste em gerar uma interferência destrutiva entre o sinal de aceleração gerado pela ação de controle e o sinal de aceleração gerado pela fonte de perturbação, em um dado ponto de desempenho do sistema mecânico. Nesta estratégia, o movimento do ponto de desempenho é monitorado em tempo real através de um sensor de vibração, designado como sensor de erro. As localizações do ponto de desempenho e do ponto onde ocorre a ação de controle são variáveis de projeto. O processo de análise e o projeto desta arquitetura estão bem descritos em Fuller, Elliott e Nelson (1996) e aplicações recentes desta arquitetura são encontrados em Landau et al. (2017).

Em geral, os pontos de ação de controle, perturbação e desempenho não coincidem em um mesmo local da estrutura. Acrescenta-se a isso o fato de que o sinal de controle e os sinais captados pelos sensores devem ser transmitidos para que cheguem até seus destinos. Em vista disso, surge a necessidade de três definições de funções de transferência, dadas abaixo.

A função de transferência que relaciona a fonte de perturbação e o efeito provocado em aceleração, no ponto de desempenho é definida como caminho primário. Já a função de transferência que relaciona a fonte de geração do sinal de controle e o efeito provocado em aceleração no ponto de desempenho é definida como caminho secundário. Por fim, a função de transferência que relaciona entre a fonte de geração do sinal de controle e o efeito provocado em aceleração no ponto onde ocorre a perturbação é definida como caminho de *feedback*. A FIGURA 53 apresenta cada um destes caminhos para uma viga engastada livre.

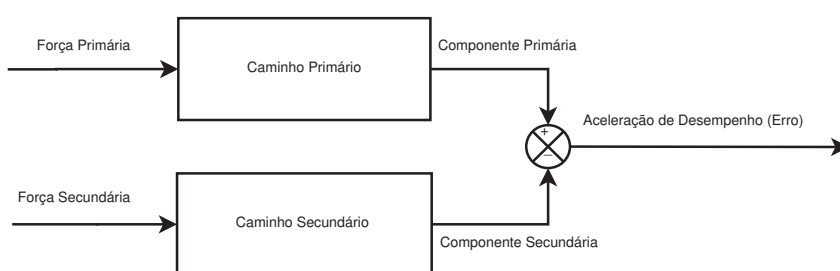
FIGURA 53 – CAMINHOS DE INTERESSE EM VIGA ENGASTADA LIVRE



FONTE: o autor.

A FIGURA 54 representa, através de um diagrama de blocos, o caminho primário e o caminho secundário de um sistema de CAAV *feedforward*. Observa-se nesta figura a ação da fonte de perturbação gerando a aceleração primária no ponto de desempenho, e a ação do controle gerando a aceleração secundária no ponto de desempenho. O paradigma da arquitetura *feedforward* é realizar a interferência destrutiva entre essas acelerações, levando a potência do sinal (aceleração) de desempenho a um mínimo.

FIGURA 54 – REPRESENTAÇÃO EM DIAGRAMA DE BLOCOS DO CONTROLE *FEED-FORWARD* APLICADO A SISTEMAS MECÂNICOS



FONTE: o autor.

O sinal de controle requerido para o objetivo exposto acima é gerado através de um esquema preditivo, que é atualizado de forma ótima a cada iteração. É devido a essa natureza preditiva de controlar o sistema (também dito planta) que a arquitetura de controle em questão é designada como antecipativa (do inglês *feedforward*, ou “alimentar para frente”).

Para a unidade de controle gerar a força de controle, ela necessita de duas informações: (1) um sinal de referência que esteja correlacionado com a fonte de perturbação; (2) o sinal de vibração no ponto de desempenho do sistema mecânico. Através do processamento desses sinais, realizada por filtros estáticos (FIR e IIR) e filtros adaptativos (FIR), a unidade de controle gera o sinal de controle.

Os filtros FIR e IIR já foram apresentados no Capítulo 2. Já uma breve descrição do que seja um filtro adaptativo será feita em sequência.

3.1.2.2 Filtros Adaptativos e Algoritmo LMS

Um filtro adaptativo é um filtro cujos coeficientes podem ser continuamente modificados ("adaptados") de modo que ele passe a realizar, de forma ótima, sua função. Distinguem-se, portanto, dos filtros estáticos, nos quais os coeficientes são fixos. Uma aplicação para um filtro adaptativo, de interesse nessa dissertação, é ilustrada na FIGURA 55, em que o filtro é utilizado para processar o sinal de entrada de tal forma que seu sinal de saída seja uma boa estimativa de um dado sinal desejado, gerando um sinal de erro tão baixo quanto possível.

FIGURA 55 – APLICAÇÃO PARA ADAPTATIVO



FONTE: o autor.

O algoritmo LMS, inicialmente proposto por Widrow e Hoff em 1960 (FARHANG-BOROUJENY, 2013), e suas variações são, no presente, as mais utilizadas na prática para a realização de filtros adaptativos. Este amplo espectro de aplicações pode ser atribuído simplicidade e robustez. São expostas abaixo ideias fundamentais sobre filtros e algoritmos adaptativos, conforme Farhang-Boroujeny (2013).

A FIGURA 56 ilustra um filtro FIR adaptativo com N coeficientes. Como já exposto, a diferença desse filtro ao filtro FIR convencional, ou estático, reside no fato que seus coeficientes são variantes no tempo discreto. A saída desse filtro é

$$y[n] = \sum_{i=0}^{N-1} w_i[n] x[n-i] \quad (3.1)$$

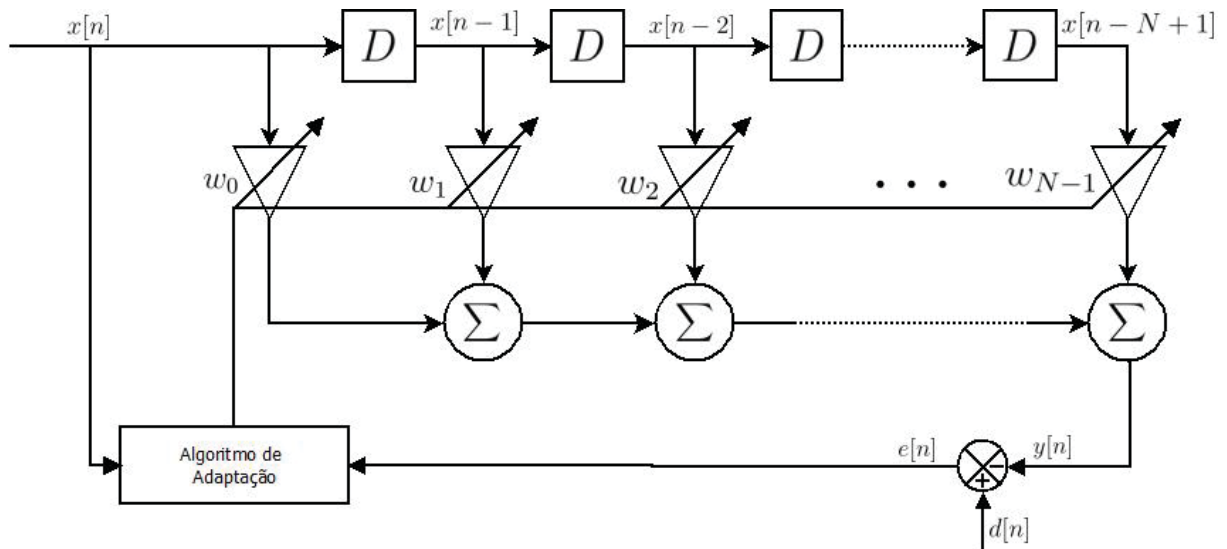
A seleção dos coeficientes $w_0[n], w_1[n], \dots, w_n[n]$ é feita de forma tal que se minimize, com base em uma certa função objetiva, o erro dado por

$$e[n] = d[n] - y[n] \quad (3.2)$$

ou, empregando a equação 3.1, por

$$e[n] = d[n] - \sum_{i=0}^{N-1} w_i[n] x[n-i] \quad (3.3)$$

onde $d[n]$ é o sinal desejado, o qual é correlacionado com o sinal de referência $x[n]$.

FIGURA 56 – FILTRO FIR ADAPTATIVO COM N COEFICIENTES

FONTE: (FARHANG-BOROUJENY, 2013)

O algoritmo LMS clássico é uma realização estocástica do método *steepest-descent* (MSD) (FARHANG-BOROUJENY, 2013). A diferença entre tais algoritmos reside no fato que a função objetivo, utilizada no MSD (erro quadrático médio) é substituída por sua estimativa, dada por

$$\hat{\xi}[n] = e^2[n] \quad (3.4)$$

para obtenção do algoritmo LMS. Assim, obtém-se a seguinte equação para adaptação dos coeficientes (FARHANG-BOROUJENY, 2013):

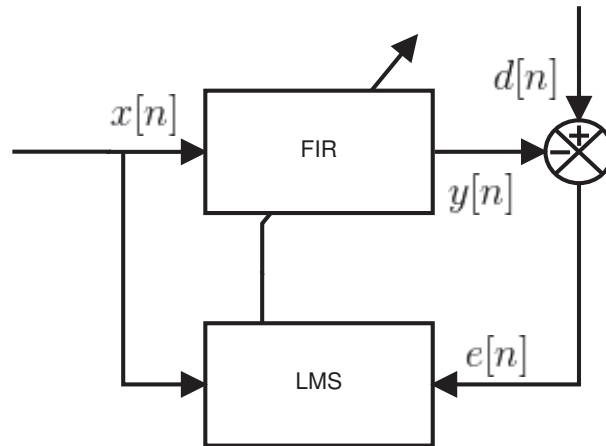
$$\mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] + 2\mu e[n]\mathbf{x}[n] \quad (3.5)$$

Considerando o exposto acima, podem ser listados os três passos que constituem o algoritmo LMS clássico. São eles:

- passo 1: filtrar o sinal de referência através do filtro FIR adaptativo (equação 3.1);
- passo 2: estimar o erro (equação 3.2);
- passo 3: adaptar os coeficientes através da equação recursiva LMS (equação 3.5).

A FIGURA 57 representa o diagrama de blocos do algoritmo LMS clássico. A ordem do fluxo de sinais deste diagrama obedece os passos listados acima.

FIGURA 57 – REALIZAÇÃO DE UMA FILTRAGEM ADAPTATIVA VIA LMS



FONTE: o autor.

Apesar do algoritmo LMS corresponder a uma realização estocástica do MSD, cabe salientar que o intervalo do passo de adaptação μ que garante a convergência do LMS não é igual ao do MSD. Sob certas suposições, pode-se dizer que o algoritmo LMS permanece estável se (FARHANG-BOROUJENY, 2013)

$$0 < \mu < \frac{1}{3\text{tr}[\mathbf{R}]} \quad (3.6)$$

onde $\text{tr}[\mathbf{R}]$ é o traço da matriz de autocorrelação \mathbf{R} do sinal de referência $x[n]$.

Uma variação interessante do algoritmo LMS é o algoritmo LMS normalizado (NLMS, de *Normalized Least Mean Square*). O algoritmo NLMS utiliza um procedimento de normalização do passo de adaptação de forma a reduzir a sensibilidade do algoritmo a variações de potência do sinal de entrada. Resulta, disso, um algoritmo que converge de forma mais rápida (FARHANG-BOROUJENY, 2013). Sua equação recursiva é dada por

$$\mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] + \frac{\bar{\mu}}{\mathbf{x}^T[n]\mathbf{x}[n] + \varepsilon} e[n] \mathbf{x}[n] \quad (3.7)$$

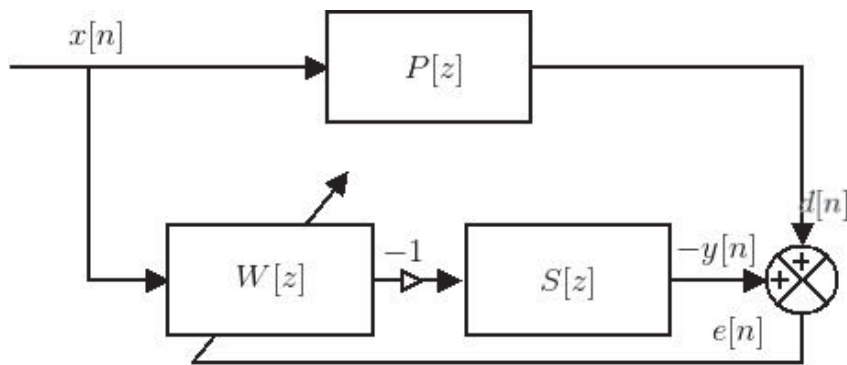
Nesta nova equação recursiva, os parâmetros $\bar{\mu}$ e ε são constantes reais positivas, que devem ser selecionadas de forma apropriada. A razão de implementar a constante ε é para prevenir divisão por um valor muito pequeno, quando a norma euclidiana de $\mathbf{x}[n]$ for muito pequena. Já a constante $\bar{\mu}$ representa o passo de adaptação, o qual controla a velocidade de convergência do algoritmo.

O algoritmo LMS também serve de base para outro algoritmo, o qual é largamente empregado em controle de vibrações por antecipação. Trata-se do algoritmo FxLMS que, por sua importância, será discutido separadamente a seguir.

3.1.2.3 Algoritmo FxLMS

O diagrama de blocos apresentado na FIGURA 58 ilustra um esquema inicial do CAAV em tempo discreto, onde $x[n]$ é o sinal de referência, $P[z]$ representa o caminho primário, $S[z]$ representa o caminho secundário e $W[z]$ representa um filtro adaptativo que busca a minimização do sinal de erro $e[n]$. Nota-se que este arranjo é um pouco diferente do arranjo do algoritmo LMS clássico da FIGURA 57, pelo fato de existir um bloco relativo ao caminho secundário, em cascata com o filtro adaptativo. Desta forma, uma modificação é necessária no algoritmo LMS clássico, modificação essa que leva ao algoritmo FxLMS (FxLMS, de Filtered-x Least Mean Square).

FIGURA 58 – DIAGRAMA BÁSICO CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES POR ANTECIPAÇÃO



FONTE: o autor.

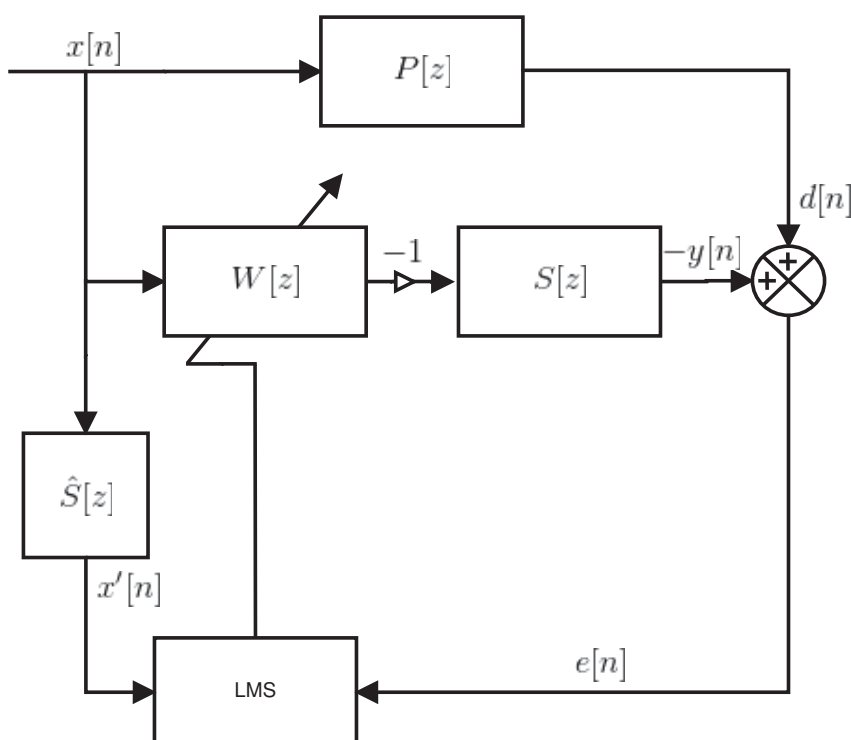
O algoritmo FxLMS é obtido quando se aplica uma pré-filtragem no sinal de referência, antes de alimentar o algoritmo de adaptação dos coeficientes da Equação 3.5. Essa pré-filtragem é realizada por um filtro FIR estático cuja função de transferência $\hat{S}[z]$ é uma estimativa de $S[z]$. Dessa forma, a equação recursiva do algoritmo FxLMS é

$$w[n + 1] = w[n] + 2\mu e[n] \mathbf{x}'[n] \quad (3.8)$$

onde o sinal $x'[n]$ representa o sinal de referência pré-filtrado (FARHANG-BOROUJENY, 2013).

O diagrama de blocos da FIGURA 59 ilustra o algoritmo FxLMS.

FIGURA 59 – DIAGRAMA BÁSICO COM USO DO FxLMS



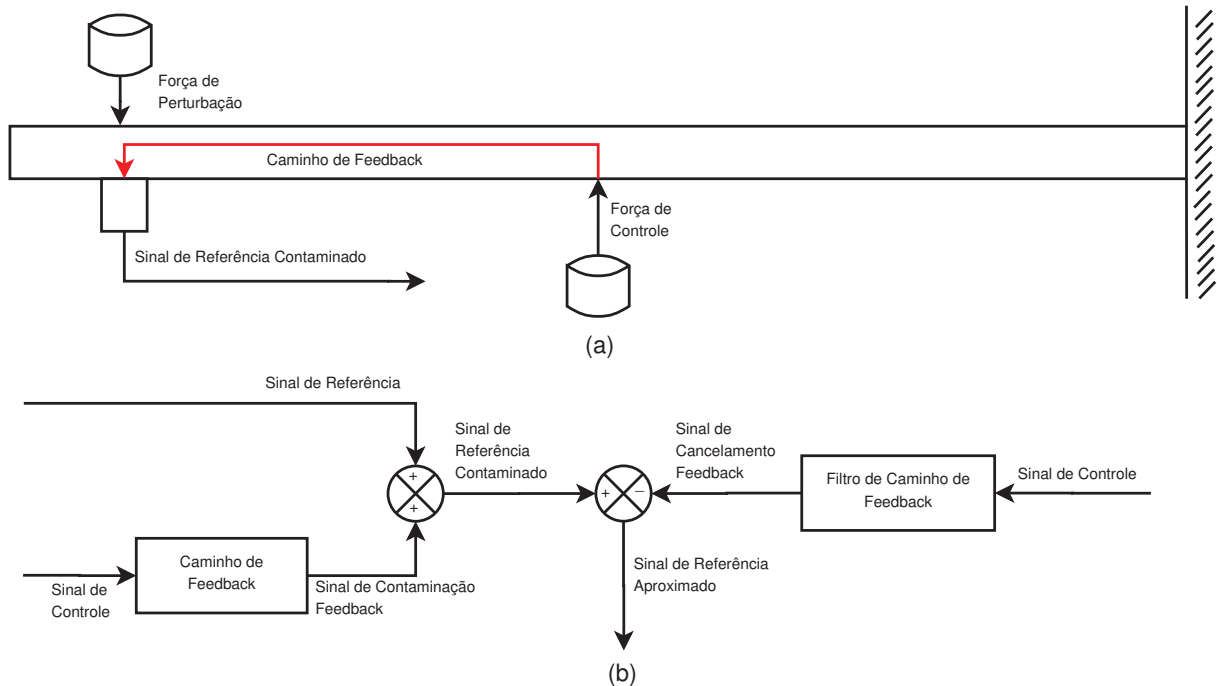
FONTE: o autor.

Quando se usa, no algoritmo FxLMS, a equação 3.7 para adaptar os coeficientes do filtro adaptativo, este algoritmo passa a se chamar de FxNLMS (de *Filtered-x Normalized Least Mean Square*).

A solução fornecida pelo algoritmo FxNLMS ainda não contém tudo que é necessário para que se tenha um algoritmo de controle de vibrações. Um outro problema surge quando a ação de controle “realimenta” o sensor que faz a leitura do sinal de referência, contaminando-o. Ou seja, a força de controle se propaga pela estrutura, gerando uma superposição de seu efeito com o efeito da força de perturbação, afetando a leitura do sinal de referência. Esse efeito pode gerar instabilidade no sistema de controle, como exposto por Landau et al. (2017). A FIGURA 60 (a) apresenta essa situação problema para uma viga engastada livre.

Uma maneira de solucionar tal problema é a implementação de um filtro FIR estático denominado de “filtro de *feedback*”, o qual é projetado visando modelar o caminho de *feedback*. Com este filtro, filtra-se (através dele) o sinal de controle e subtrai-se o sinal filtrado do sinal de referência contaminado, obtendo-se, assim, uma aproximação do sinal de referência em sua forma original. O diagrama de blocos da FIGURA 60 (b) apresenta essa solução.

FIGURA 60 – EFEITO DO CAMINHO DE FEEDBACK NO ALGORITMO DE CONTROLE



FONTE: o autor.

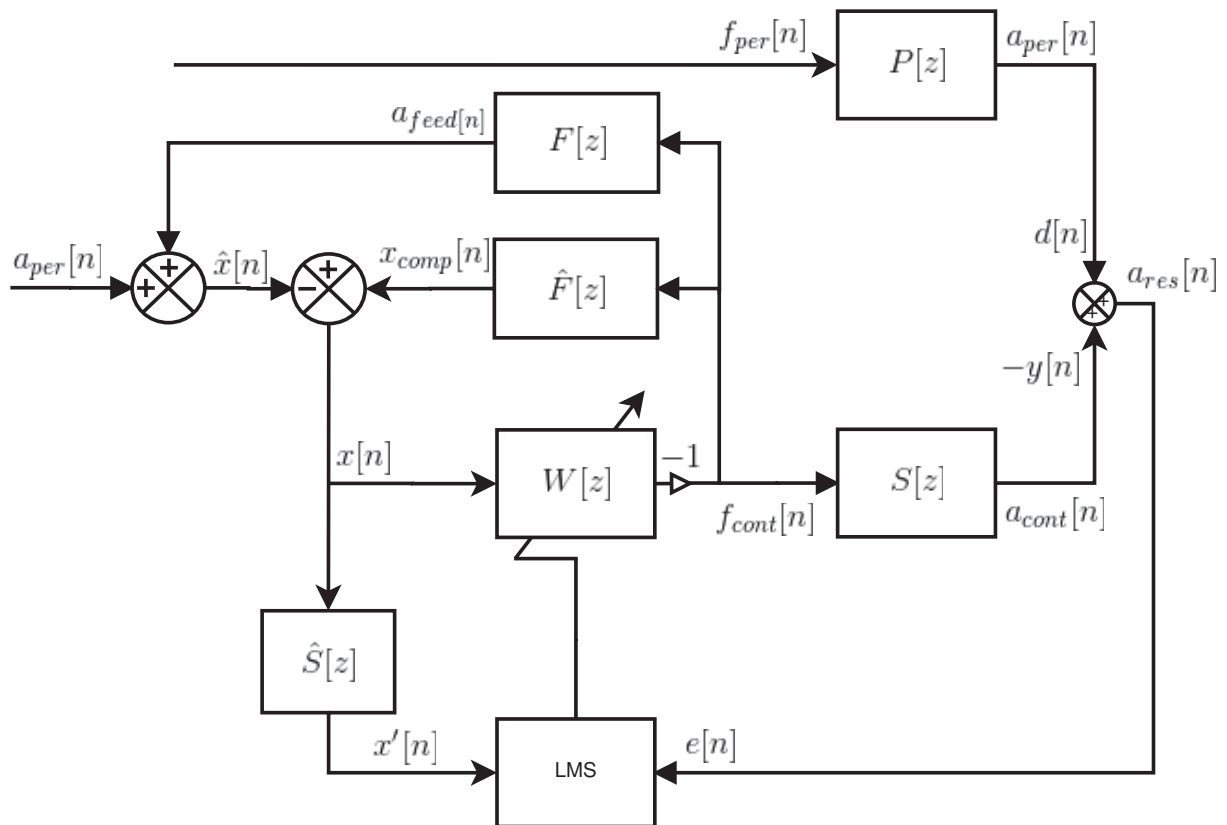
LEGENDA: (a) Força de controle contaminando sinal de referência via caminho de *feedback*. (b) Descontaminação do sinal de referência via filtro de caminho de *feedback*.

A FIGURA 61 representa a implementação da unidade de controle em uma estrutura genérica, através de um diagrama de blocos. Neste diagrama, observam-se: as funções de transferência de interesse da estrutura; os conjuntos de filtros estáticos e adaptativos; os fluxos de sinais; as configurações de conexões entre os sistemas e o algoritmo adaptativo. A lista abaixo apresenta o significado de cada variável desta figura.

- $P[z]$ é o caminho primário;
- $S[z]$ é o caminho secundário;
- $F[z]$ é o caminho de *feedback*;
- $\hat{S}[z]$ é uma estimativa do caminho secundário;
- $\hat{F}[z]$ é uma estimativa do caminho de *feedback*;
- $W[z]$ é um filtro FIR adaptativo;
- $f_{per}[n]$ é a força de perturbação;
- $a_{per}[n]$ é a aceleração captada pelo acelerômetro de referência quando o sistema de controle está desligado;

- $a_{feed}[n]$ é a aceleração captada pelo acelerômetro de referência oriunda da força da controle;
- $\hat{x}[n]$ é o sinal de referência contaminado por $a_{feed}[n]$;
- $x_{comp}[n]$ é o sinal de compensação de *feedback*, que tem o objetivo de retirar o efeito de $a_{feed}[n]$ em $\hat{x}[n]$;
- $x[n]$ é o sinal de referência;
- $x'[n]$ é o sinal de referência filtrado;
- $f_{cont}[n]$ é a força de controle;
- $a_{cont}[n] = -y[n]$ é a aceleração da estrutura no ponto de desempenho gerada pela força de controle;
- $a_{per}[n] = d[n]$ é a aceleração da estrutura no ponto de desempenho gerada pela força de perturbação;
- $a_{res}[n] = e[n]$ é a aceleração residual, ou erro, no ponto de desempenho.

FIGURA 61 – DIAGRAMA PARA CONTROLE DE VIBRAÇÕES POR ANTECIPAÇÃO

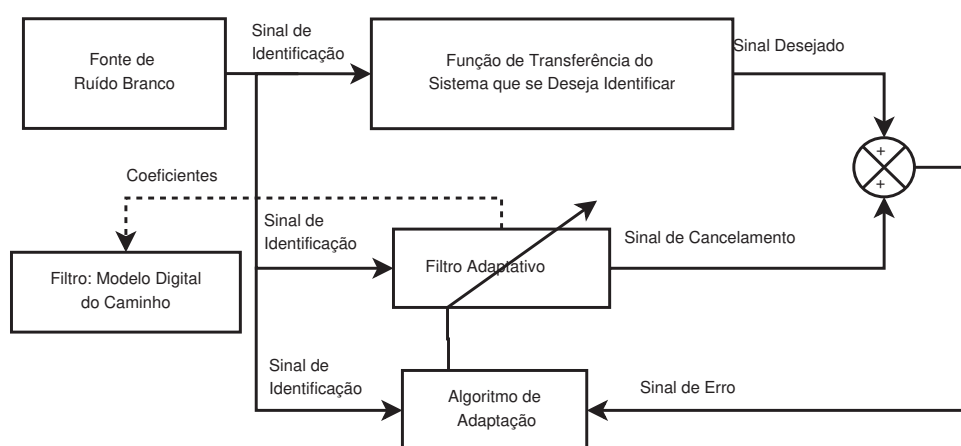


FONTE: o autor.

3.1.2.4 Caminho de *Feedback* e Caminho Secundário

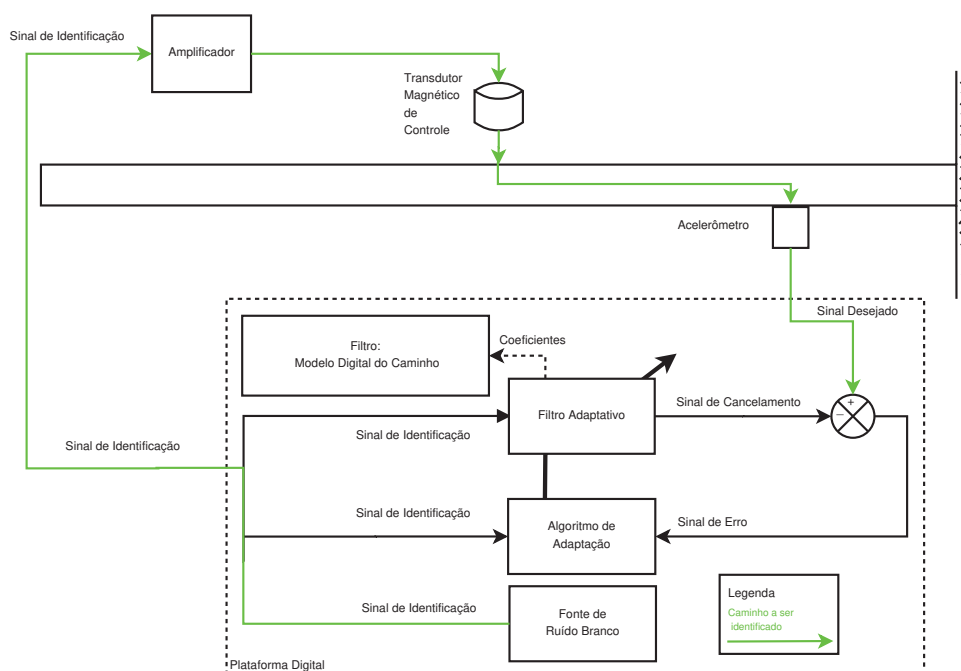
Diante do exposto acima, há a necessidade de se modelar os caminhos secundário e de *feedback*, e implementá-los em filtros FIR estáticos. Isto pode ser feito através de um procedimento conhecido como identificação de sistemas. Existem várias formas de realizar esse procedimento. Uma delas é através de uma conexão particular entre o filtro adaptativo e a função de transferência que se deseja identificar. A FIGURA 62 representa esta conexão através de um diagrama de blocos, já a FIGURA 63 apresenta esta mesma conexão para a identificação do caminho secundário de uma viga engastada livre.

FIGURA 62 – SISTEMA DE IDENTIFICAÇÃO VIA FILTROS ADAPTATIVOS



FONTE: o autor.

FIGURA 63 – SISTEMA DE IDENTIFICAÇÃO VIA FILTROS ADAPTATIVOS - VIGA ENGASTADA LIVRE



FONTE: o autor.

O filtro adaptativo, na FIGURA 62, possui o objetivo de gerar um sinal para cancelar o sinal de resposta do sistema em um ponto específico, resposta essa decorrente de um sinal de identificação aplicado em um outro ponto específico do sistema. Estes pontos são escolhidos com base no interesse do caminho que se almeja identificar. Como o filtro adaptativo é estimulado com a mesma entrada do sistema conclui-se que ele atingirá sua meta (para qualquer entrada) quando sua função de transferência for exatamente igual à do caminho que se deseja identificar.

Para a configuração em que se deseja identificar o caminho secundário as seguintes conexões são implementadas: o sinal de identificação alimenta o terminal onde atua o controle do sistema; o sinal desejado é a leitura da vibração no ponto de desempenho. Já para a configuração em que se almeja a identificação do caminho de *feedback*, a configuração é a seguinte: o sinal de identificação alimenta o terminal onde atua o controle do sistema; o sinal desejado é a leitura da vibração no ponto onde age a perturbação.

Outro ponto importante a ser observado neste procedimento de identificação, é o fato de que o sinal de identificação a ser usado deve ser, preferencialmente, um ruído branco. A relevância de tal escolha particular de entrada está no fato que esse sinal possui um espectro de potência plano em uma ampla faixa de frequências, levando o sistema sob investigação a reagir nesta mesma faixa. Isso, em decorrência, possibilita o filtro modelar o que se deseja nesta faixa de frequência em questão. Além disso,

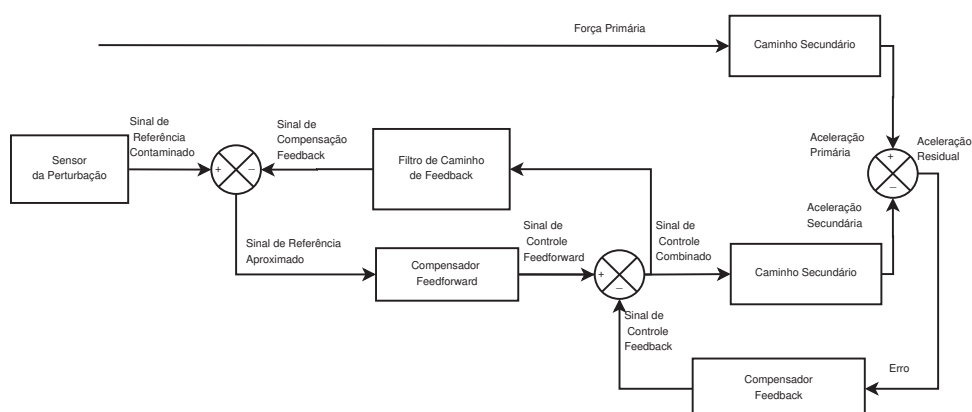
sabe-se que, sinais de referência que apresentam um espectro de potência com maior planicidade resultam em uma melhor velocidade de convergência do algoritmo LMS (FARHANG-BOROUJENY, 2013).

Após a identificação dos caminhos, coletam-se os coeficientes finais dos filtros adaptativos ótimos, que são implementados em filtros FIR. Cria-se, assim, modelos digitais das funções de transferência de interesse.

3.1.3 Arquitetura por Retroalimentação e Antecipação

Pesquisas recentes em sistemas de CAAV robusto, abordam a aplicação das arquiteturas técnica *feedback* e *feedforward* de forma simultânea. A FIGURA 64 mostra a representação em diagrama de blocos de um sistema de controle combinado *feedback-feedforward*. Maiores detalhes desse esquema podem ser encontradas em Landau et al. (2017).

FIGURA 64 – CONTROLE COMBINADO *FEEDBACK-FEEDFORWARD*



FONTE: (LANDAU et al., 2017).

3.2 CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES

Segundo Mead (1999), há quatro métodos fundamentais de controle passivo de vibrações, os quais podem ser aplicados de forma combinada. Tais métodos são os seguintes:

- controle passivo de vibração através de projeto estrutural;
- controle passivo de vibrações através de adições localizadas;
- controle passivo de vibrações através de adição de amortecimento;
- controle passivo de vibrações através de um isolamento resiliente.

O controle passivo de vibração através de projeto estrutural é aplicável quando o cenário de vibração é antecipado no período em que se está desenvolvendo um componente mecânico. Assim, pode-se manipular as propriedades fundamentais da estrutura (massa, rigidez e amortecimento) de forma que quando ela estiver em operação, neste cenário pré-conhecido, apresente baixa vibração. Eventualmente, modificações de projeto podem ser feitas em etapas posteriores.

Já o controle passivo de vibrações através de adições localizadas consiste na inserção de elementos estruturais, denominados sistemas secundários, na estrutura em que se almeja controlar a vibração. Essa estrutura, no caso, é denominada sistema primário. O princípio fundamental deste tipo de controle é que, devido à vibração indesejada no sistema primário, o sistema secundário reaja com forças de modo a reduzir sua vibração. Adições localizadas eficazes são aquelas dos dispositivos conhecidos como neutralizadores de vibração, também ditos absorvedores de vibração.

O controle passivo de vibrações através de adição de amortecimento, como o próprio nome já diz, consiste em incrementar o amortecimento já presente na estrutura. Esta forma de controle é muito utilizada quando a estrutura está sendo excitada em frequências próximas a suas frequências de ressonância. A forma mais comum de adição de amortecimento é a inserção de material viscoelástico em locais estratégicos da estrutura, que são escolhidos com base no conhecimento da interação entre o material e a estrutura.

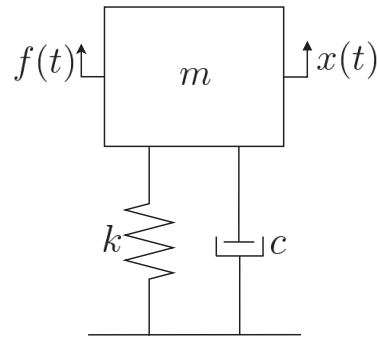
Quando uma parte de um sistema vibra excessivamente devido à vibração sendo transmitida através de poucos pontos de conexão para outra parte, sua vibração pode ser reduzida de forma mais eficaz se as conexões forem feitas de forma flexível ou resiliente. Neste método, as duas partes do sistema, a fonte e o receptor, são unidas por elementos resilientes denominados isoladores. Os isoladores mais empregados são os metálicos e os viscoelásticos.

Nesta dissertação, será utilizado o controle passivo de vibração com adição de amortecimento em, conjunto com o CAAV. A adição em questão se dará pela aplicação de lâminas constritas de material viscoelásticos na viga engastada-livre. Como se verá posteriormente, essa adição afeta, de forma benéfica, o CAAV.

3.2.1 Efeito de Adição de Amortecimento

Para uma compreensão inicial do efeito da adição de amortecimento em sistemas mecânicos, considere-se novamente o SM1GL discutido na Seção 2.4, o qual é ilustrado novamente na FIGURA 65 por conveniência.

FIGURA 65 – SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE



FONTE: o autor.

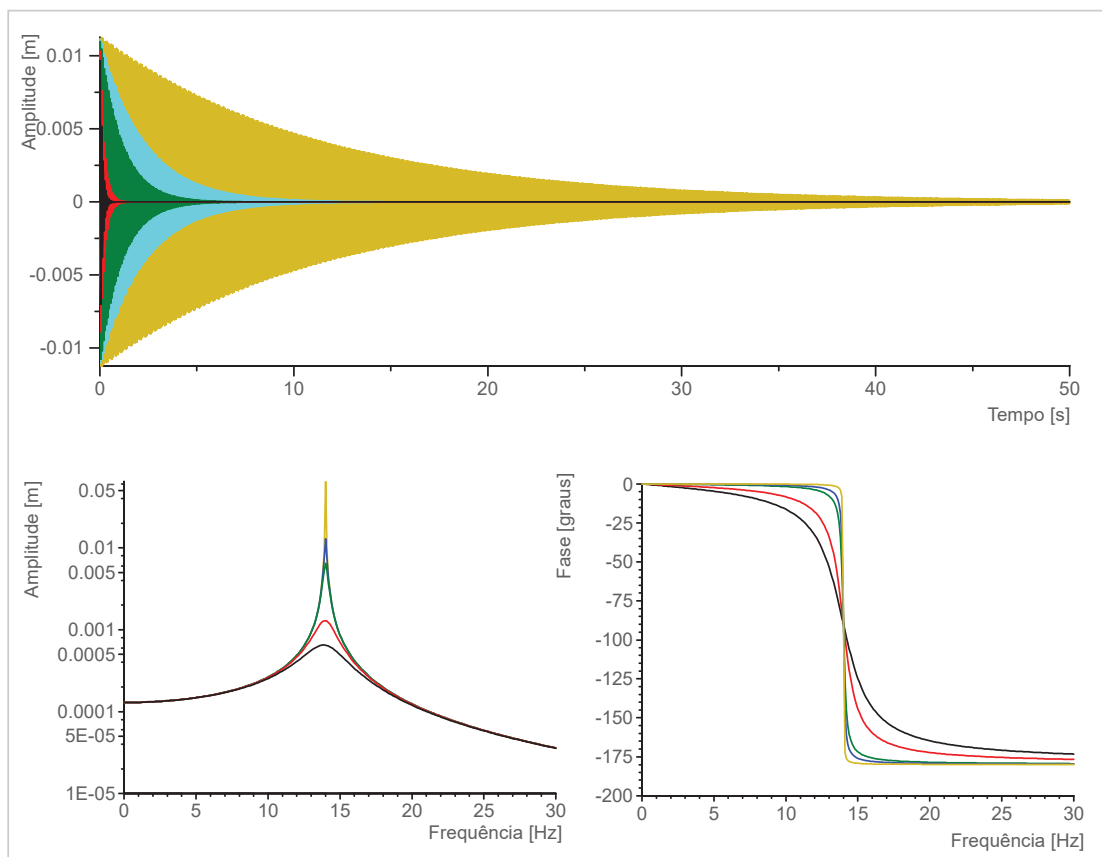
Sabe-se, do Capítulo 2, que a FRI deste sistema, para o caso subamortecido, é dada por

$$h_{sub}(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \text{sen}(\omega_d t) 1(t) \quad (3.9)$$

enquanto que a FRF é dada por (substituição de s por $j\omega$ na equação 2.50)

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{m}}{-\omega^2 + 2j\zeta\omega_n\omega + \omega_n^2} \quad (3.10)$$

As curvas da FIGURA 66 ilustram as equações 3.9 e 3.10 para diferentes valores de ζ , considerando ainda $\omega_n = 2\pi 14$ e $m = 1$. Tem-se, em amarelo, $\zeta = 0,001$; em azul, $\zeta = 0,005$; em verde, $\zeta = 0,01$; em vermelho, $\zeta = 0,05$; e em preto, $\zeta = 0,1$.

FIGURA 66 – FRF E FRI DE SM1GL PARA DIFERENTES VALORES DE ζ 

FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) FRI (b) FRF Módulo (c) FRF Fase

A partir da FIGURA 66, as seguintes constatações podem ser feitas em relação à adição de amortecimento em um SM1GL:

- A adição de amortecimento em um SM1GL reduz o tempo de acomodação da FRI;
- A adição de amortecimento em um SM1GL reduz drasticamente o valor do módulo de sua FRF na frequência de ressonância e em torno dela;
- A adição de amortecimento em um SM1GL resulta em uma suavização do gráfico de fase na transição entre frequências abaixo e acima da frequência natural.

As constatações listadas acima podem ser generalizados para um SMMGL, como se observa na FIGURA 41, a partir da perspectiva apresentada na seção 2.6 (respostas de um SMMGL obtidas como uma combinação de respostas de múltiplos SM1GL).

A adição de amortecimento auxilia a implementação de um sistema de CAAV. Observa-se, inicialmente, que tal adição auxilia na realização dos filtros de *feedback* e secundário do CAAV, uma vez que FRIs mais amortecidas exigem menos coeficientes para a modelagem dos caminhos secundário e de *feedback*. Além disso, nota-se que vibrações transientes acentuadas podem ser geradas em sistemas poucos amortecidos quando a ação de controle ativo é acionada. Isso restringe o limite do passo de adaptação, μ , para funcionamento estável, a um valor pequeno, como será visto adiante. Face adição de amortecimento, esse limite, é ampliado.

3.2.2 Adição de amortecimento através de mantas de material viscoelástico

Ao adicionar uma manta de material viscoelástico em um sistema mecânico metálico, haverá pouco impacto na massa global do sistema uma vez que a densidade de materiais viscoelásticos é bem menor (entre 5 e 6 vezes) que a densidade de metais. Também haverá pequena elevação de rigidez, uma vez que nenhuma força restauradora significativa, será criada. Agora, para o amortecimento, pode haver um efeito muito pronunciado, face às características dos materiais viscoelásticos (MEAD, 1999), (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

Materiais viscoelásticos, em particular elastômeros, são amplamente utilizados no controle passivo de vibrações e ruídos acústicos irradiados em sistemas mecânicos de variados portes e graus de complexidade. O comportamento dinâmico desses materiais viscoelásticos pode ser retratado por duas propriedades, quais sejam, o módulo de elasticidade e o fator de perda material correspondente. Na faixa linear, essas propriedades podem apresentar dependência significativa da frequência e da temperatura, o que deve ser bem conhecido para que ações eficazes de controle de vibração e ruídos sejam realizadas.

O fator de perda estrutural para uma viga com camada de material viscoelástico não constrita, sobre certas considerações, é dado por (MEAD, 1999)

$$\eta_{CA,i} = \eta_{visc} \left(\frac{U_D}{U_B + U_D} \right) \quad (3.11)$$

onde

$$U_D = \frac{|r_i|^2}{2} \int_0^L E_D I_D (W_i''(x))^2 dx \quad (3.12)$$

e

$$U_B = \frac{|r_i|^2}{2} \int_0^L E_V I_V (W_i''(x))^2 dx \quad (3.13)$$

com $\eta_{CA,i}$ representando o fator de perda do i -ésimo modo na configuração com adição de amortecimento, η_{visc} o fator de perda por extensão do material viscoelástico, U_D o maior valor de energia potencial armazenada no material viscoelástico na viga, U_B o maior valor de energia potencial armazenada adicionado à viga, $|r_i|^2$ é módulo da

coordenada modal do i -ésimo modo, $E_D I_D$ a rigidez complexa à flexão do material viscoelástico, $E_V I_V$ a rigidez à flexão da viga e $W_i''(x)$ a segunda derivada da deflexão da viga.

Cabe aqui um esclarecimento quanto ao uso do termo fator de perda. Quando usado na descrição de um dado material (ou seja, fator de perda material), ele é uma propriedade associada a características de dissipação de energia próprias daquele material, podendo, se for o caso, ser função de variáveis tais como frequência e temperatura. Já na descrição de um sistema mecânico ou estrutura (ou seja, fator de perda estrutural), ele é uma outra forma de se descrever o amortecimento presente naquele sistema ou estrutura. O contexto deve ser sempre observado para a distinção pertinente.

Sabe-se também que (MEAD, 1999)

$$M(x) = EI'_{DC}(1 + j\eta_{CA,i}) \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \quad (3.14)$$

onde $M(x)$ é o momento fletor, EI'_{DC} é a parte real da rigidez complexa da viga com material viscoelástico, e $w(x)$ é a deflexão da viga.

Como o modo de vibrar é uma deflexão, a Equação 3.14 pode ser adaptada para

$$M_{i,mod}(x) = EI'_{DC}(1 + j\eta)W_i''(x) \quad (3.15)$$

onde $M_{i,mod}(x)$ é o momento fletor que ocorre no i -ésimo modo na viga e EI'_{DC} é a parte real da rigidez complexa da viga com material viscoelástico.

É bem conhecido o fato de que maiores valores de momento fletor induzem maiores deformações de flexão na viga. Assim, tendo em vista as equações 3.11 e 3.15, estas regiões de maior momento fletor são as que mais contribuem para o valor de $\eta_{CA,i}$. Este resultado é esclarecido ao notar que deformações maiores correspondem a um ciclos com trajetórias maiores, assim, o trabalho das forças dissipativas que ocorrem no material viscoelástico é amplificado.

Pode-se também adicionar uma lâmina metálica de constrição sobre a camada de material viscoelástico, fazendo com que essa camada deforme, de forma preponderante, ao cisalhamento. De acordo com Mead (1999), os materiais viscoelásticos, apresentam, sob essa deformação, maior fator de perda η_{visc} , em relação à deformação por tração/compressão, para uma mesma quantidade de material.

Agora, para uma determinada quantidade de manta de material viscoelástico, de espessura e_{visc} , pode-se posicionar este material ao longo da viga de forma que ocorra o valor ótimo de $\eta_{CA,i}$. Assim, define-se o fator de eficiência de posicionamento

de tratamento com manta viscoelástica, γ_{visc} , como

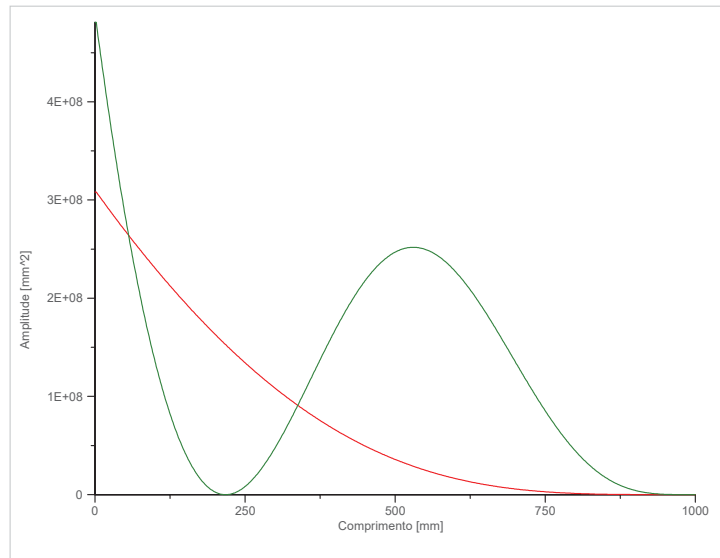
$$\gamma_{visc} = \frac{\int_{x_{visc}} W''(x)^2 a dx}{\int_0^L W''(x)^2 a dx} \quad (3.16)$$

onde x_{visc} é a região da viga ao longo de sua extensão, onde existe material viscoelástico, L é o comprimento da viga e a é a sua largura.

Vale constar, aqui, que, o posicionamento ótimo em controle passivo de vibrações por manta de material viscoelástico constricta e não constricta são idênticos (MEAD, 1999).

Derivando duas vezes e elevando ao quadrado os modos de vibrar $W_1(x)$ e $W_2(x)$ mostrados na FIGURA 45, obtêm-se as funções $[W_1''(x)]^2$ e $[W_2''(x)]^2$ ilustradas na FIGURA 67.

FIGURA 67 – FUNÇÕES $[W_1''(x)]^2$ E $[W_2''(x)]^2$ DE VIGA ENGASTADA-LIVRE

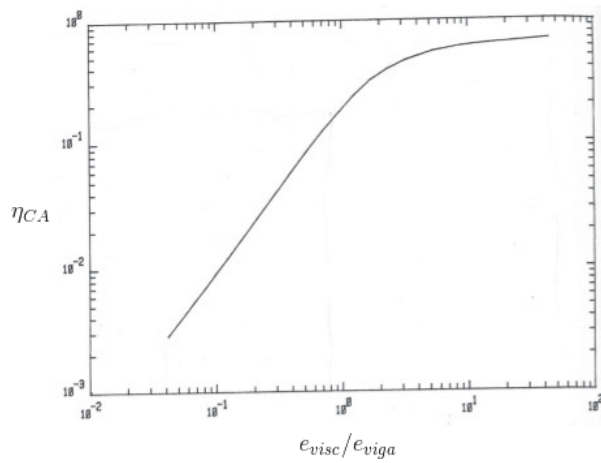


FONTE: o autor.

LEGENDA: Em vermelho: $[W_1''(x)]^2$; Em verde: $[W_2''(x)]^2$

Assim, para um projeto ótimo de adição de amortecimento por mantas viscoelásticas, visando controle de vibrações no primeiro e segundo modos de uma viga engastada-livre, deve-se tomar como referência as regiões onde ocorrem os maiores valores de $W_1''(x)^2$ e $W_2''(x)^2$, respectivamente, referência está adotada neste trabalho.

Uma outra variável de projeto é a espessura e_{visc} da manta de material viscoelástico. A FIGURA 68 apresenta o valor de $\eta_{CA,i}$ em função da razão e_{visc}/e_{viga} , onde e_{viga} é a espessura da viga. Conclui-se, da observação da FIGURA 68, que a espessura e_{visc} auxiliá, até certo ponto, na adição de amortecimento. Daí em diante, o acréscimo já não é relevante. Essas característica também ocorrem no modelo logístico (WIKIPÉDIA, 2018).

FIGURA 68 – $\eta_{CA,i}$ EM FUNÇÃO DE e_{visc}/e_{viga} 

FONTE: (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985)

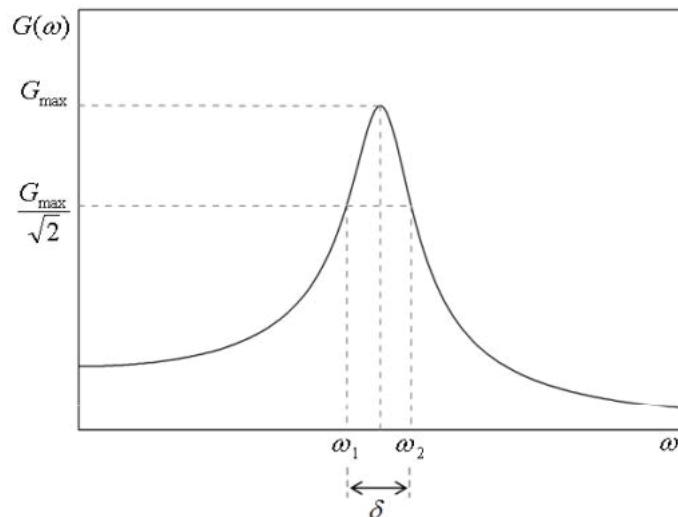
3.2.3 Estimação do fator amortecimento através de banda de meia potência

O fator de amortecimento de um determinado modo i de um SMMGL de baixo amortecimento, ζ_i , pode ser estimado pela sua FRF pela equação (RAO, 2016)

$$\zeta_i = \frac{1}{2} \left(\frac{|\omega_2 - \omega_1|}{\omega_n} \right) \quad (3.17)$$

onde ω_n é a frequência circular natural do i -ésimo modo, $G(\omega)$ é a FRF do SMMGL em análise, G_{max} é o valor máximo da FRF em torno da ressonância do modo i e as frequências ω_1 e ω_2 são os domínios da função $G(\omega)$ para a imagem $\frac{G_{max}(\omega)}{\sqrt{2}}$ em torno da ressonância do modo i . A FIGURA 69 ilustra a banda de meia potência δ para uma determinada SMMGL referente a um determinado modo.

FIGURA 69 – BANDA DE MEIA POTÊNCIA



FONTE: o autor.

4 METODOLOGIA

Este capítulo é dedicado ao detalhamento da metodologia utilizada no presente trabalho de pesquisa. Assim, a Seção 4.1 retrata sobre a metodologia empregada nas simulações numéricas, enquanto a Seção 4.2 retrata a metodologia empregada nos experimentos.

4.1 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

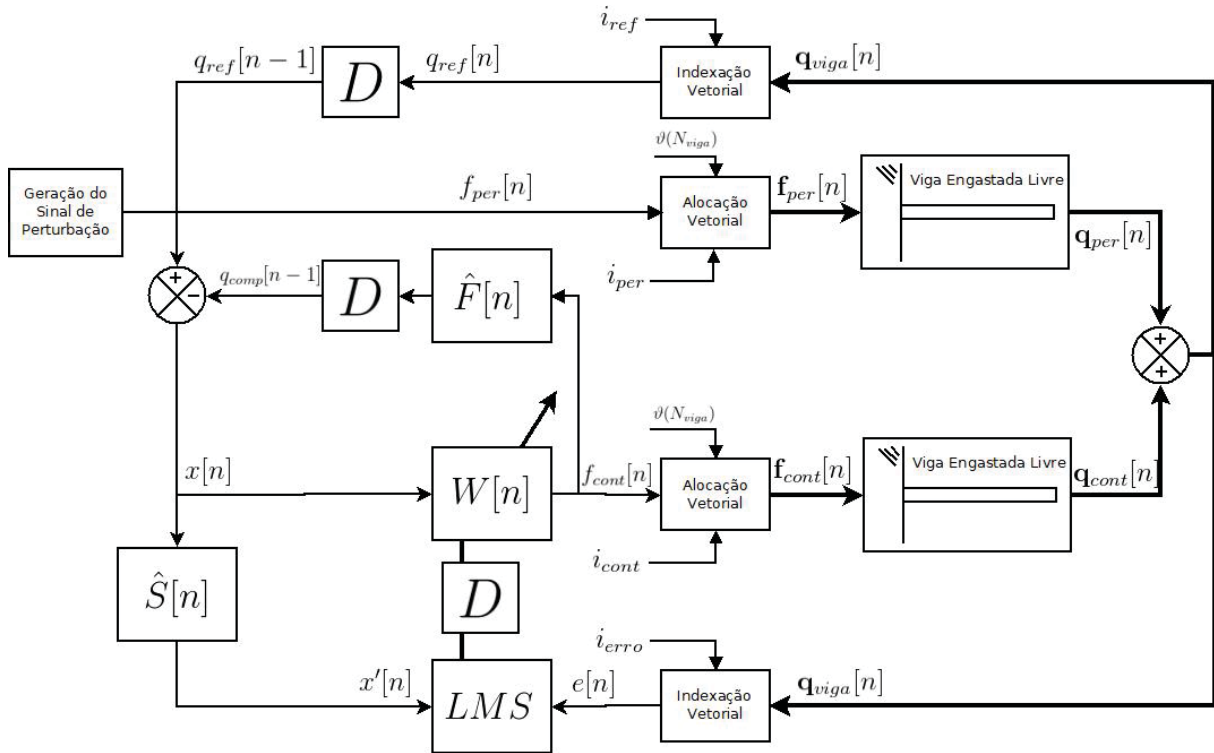
Nesta dissertação, as simulações numéricas têm como objetivo estudar o comportamento do controle ativo de vibrações, para diversas configurações do algoritmo adaptativo. Essas simulações foram concebidas e executadas no ambiente computacional LabVIEW. Os programas em LabVIEW são chamados instrumentos virtuais, ou VIs (de *Virtual Instruments*), porque, muitas vezes, são similares em aparência e modo de operação aos instrumentos físicos, como osciloscópios e multímetros.

Ao criar um novo VI, o usuário vê duas janelas: o painel frontal e o diagrama de blocos. A interface de usuário de um VI é criada pela colocação de controles e indicadores no painel frontal. Interagindo com o painel frontal, como interface de usuário, pode-se modificar os controles para fornecer entradas e ver os resultados em indicadores. O processamento das entradas para gerar as saídas é executada pelo código gráfico projetado na janela do diagrama de blocos. Maiores informações sobre o LabVIEW podem ser encontradas em Essick (2013).

4.1.1 Visão Esquemática Geral

A metodologia para criar um simulador de controle ativo de vibrações reúne os conceitos vistos nos Capítulos 2 e 3. A partir desses conceitos, tem-se um diagrama de blocos, no domínio do tempo, de um simulador de controle ativo de vibrações conforme o mostrado na FIGURA 70.

FIGURA 70 – DIAGRAMA DE BLOCOS PARA SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES



FONTE: o autor.

Apresenta-se abaixo, o significado de cada uma das variáveis da FIGURA 70. Tem-se então que

- $\hat{F}[n]$ é o filtro de caminho *feedback*, o qual é obtido a partir da equação 2.124 para $i = i_{cont}$ e $j = i_{erro}$;
- $\hat{S}[n]$ é o filtro de caminho secundário, o qual é obtido a partir da equação 2.124 para $i = i_{cont}$ e $j = i_{ref}$;
- $W[n]$ é um filtro FIR adaptativo;
- $f_{per}[n]$ é o vetor de força de perturbação;
- $f_{cont}[n]$ é o vetor de força de controle;
- $q_{per}[n]$ é o vetor de deslocamento gerado pela força de perturbação;
- $q_{cont}[n]$ é o vetor de deslocamento gerado pela força de controle;
- $q_{viga}[n]$ é o vetor de deslocamento resultante, gerado pela força de perturbação e pela força de controle;
- $f_{cont}[n]$ é a força de controle;

- $f_{per}[n]$ é a força de perturbação;
- $q_{ref}[n - 1]$ é o deslocamento resultante no ponto de referência da viga;
- $q_{comp}[n]$ é uma estimativa do deslocamento provocado por $f_{cont}[n]$ no ponto de referência da viga;
- $x[n]$ é o sinal de referência;
- $x'[n]$ é o sinal de referência filtrado, o qual é requerido pelo algoritmo FxNLMS;
- $e[n]$ é o sinal de erro, que é igual a $q_{erro}[n]$, o sinal de deslocamento resultante no ponto de erro da viga;
- $d[n]$ é o sinal desejado;
- $y[n]$ é o sinal de cancelamento de vibração;
- K_{feed} é fator de *feedback*, que assume valores entre 0 e 1 (ver explicação abaixo);
- i_{ref} é o valor do índice da coordenada generalizada onde se localiza o ponto de referência da viga;
- i_{per} é o valor do índice da coordenada generalizada onde se localiza o ponto de atuação da perturbação na viga;
- i_{cont} é o valor do índice da coordenada generalizada onde se localiza o ponto de atuação do controle na viga;
- i_{erro} é o valor do índice da coordenada generalizada onde se localiza o ponto de erro da viga;
- $\vartheta(N_{viga})$ é um vetor nulo de dimensão N_{viga} ;
- N_{viga} é a quantidade de coordenadas generalizadas atribuída no modelo da viga.

Cabe destacar que, em alguns casos específicos, tanto em simulações numéricas como em ensaios experimentais, foi observado que a retirada do filtro de *feedback* resultava em benefícios para o controle ativo. Assim, a variável fator de feedback K_{feed} , foi introduzida, como se nota na FIGURA 70. O fator tem a função de ponderar, com um valor entre 0 e 1, o sinal de saída do filtro de *feedback*.

A implementação do diagrama da FIGURA 70 em LabVIEW encontra-se no apêndice C.

Para aumentar a capacidade de análise das simulações, algumas ferramentas clássicas de processamento de sinais foram também implementadas no algoritmo da

FIGURA 70. A transformada rápida de Fourier foi utilizada para analisar sinais no domínio da frequência. Já um filtro IIR auto recursivo, com um único polo em 0,999 e um zero em 0, dado então pela equação de diferença

$$y[n] = 0,001x[n] + 0,999y[n-1], \quad (4.1)$$

ou, no domínio z , pela função de transferência pulsada

$$H_\mu[z] = \frac{0,001z}{z - 0,999} \quad (4.2)$$

foi utilizado para estimar o erro quadrático médio $E[e^2[n]]$. Esse sinal é definido como $e_{H_\mu}^2[n]$ e é utilizado com frequência na análise dos resultados desta dissertação, podendo ser entendido como o valor médio de $e^2[n]$, estimado pelo filtro H_μ .

4.1.2 Etapas e Condição de Execução

O propósito das simulações numéricas foi investigar, de forma preliminar, o controle ativo de vibrações para diferentes condições de amortecimento, perturbação e de filtro de *feedback*. De maneira geral, as simulações foram realizadas em quatro etapas, sendo elas:

- etapa 1: ligar o sinal de perturbação e aguardar pelo período $T_{etapa,1}$ segundos;
- etapa 2: ligar o sistema de controle ativo, com os coeficientes do filtro adaptativo nulos, e aguardar pelo período $T_{etapa,2}$ segundos;
- etapa 3: desligar o sistema de controle ativo e aguardar pelo período $T_{etapa,3}$ segundos;
- etapa 4: ligar o sistema de controle ativo, com os coeficientes da iteração final da etapa 2, e aguardar pelo período $T_{etapa,4}$ segundos.

As simulações numéricas foram realizadas para certas condições de perturbação, sendo elas:

- perturbação 1: sinal harmônico na frequência natural relativa ao primeiro modo de vibrar;
- perturbação 2: sinal harmônico próximo da frequência natural relativa ao primeiro modo de vibrar;
- perturbação 3: sinal harmônico na frequência natural relativa ao segundo modo de vibrar;

- perturbação 4: sinal harmônico próximo da frequência natural relativa ao segundo modo de vibrar;
- perturbação 5: sinal estocástico do tipo ruído branco filtrado na banda de 11 a 16 Hz (banda estreita em torno da frequência natural relativa ao primeiro modo de vibrar da viga);
- perturbação 6: sinal estocástico do tipo ruído branco filtrado na banda de 80 a 100 Hz (banda estreita em torno do segundo modo de vibrar da viga);
- perturbação 7: sinal estocástico do tipo ruído branco filtrado na banda de 10 a 100 Hz (englobando as frequências do primeiro e segundo modo de vibrar da viga).

Em todos os ensaios adotou-se $T_{etapa,1} = T_{etapa,2} = T_{etapa,3} = T_{etapa,4} = 100s$ para os casos de perturbação harmônica, e $T_{etapa,1} = T_{etapa,2} = T_{etapa,3} = T_{etapa,4} = 150s$, para os casos de perturbação estocástica em banda.

Para cada condição de perturbação, foram gerados oito ensaios com situações distintas do filtro de caminho de *feedback* essas situações listadas abaixo, são

- *feedback* 1: $K_{feed} = 1$ e $N_{feed} = 2500$;
- *feedback* 2: $K_{feed} = 0,9$ e $N_{feed} = 2500$;
- *feedback* 3: $K_{feed} = 0,5$ e $N_{feed} = 2500$;
- *feedback* 4: $K_{feed} = 0,2$ e $N_{feed} = 2500$;
- *feedback* 5: $K_{feed} = 0,1$ e $N_{feed} = 2500$;
- *feedback* 6: $K_{feed} = 0$ e $N_{feed} = 2500$;
- *feedback* 7: $K_{feed} = 1$ e $N_{feed} = 100$;
- *feedback* 8: multiplicação dos coeficientes do filtro por janela hanning e $N_{feed} = 100$.

Este procedimento foi realizado $7 \times 8 = 56$ vezes tanto para a configuração sem controle quanto para a configuração com controle passivo por manta constrita de material viscoelástico.

Para fins intermediários de investigação, foram realizadas oito simulações para a viga com controle passivo por camada viscoelástica sem constrição com as seguintes combinações:

- perturbação 1 e *feedback* 4;
- perturbação 2 e *feedback* 4;
- perturbação 3 e *feedback* 4;
- perturbação 4 e *feedback* 4;
- perturbação 5 e *feedback* 6;
- perturbação 6 e *feedback* 6;
- perturbação 7 e *feedback* 6.

Nas simulações, o modelo da viga engastada-livre foi constituído por 100 elementos, ao longo de seu comprimento de 580 mm, sendo as frequências naturais e fatores de amortecimento atribuídos de forma idêntica aos estimados experimentalmente. A TABELA 1 apresenta as frequências naturais e os fatores de amortecimento para cada configuração da viga. Já os parâmetros do modelo digital da viga engastada-livre são dados pela TABELA 2. A TABELA 3 fornece os parâmetros da unidade de controle utilizado na simulação numérica. A TABELA 4 apresenta as posições e os índices dos elementos no modelo da viga, onde ocorrem os sinais $e[n]$, $q_{ref}[n]$, $f_{per}[n]$ e $f_{cont}[n]$. As posições indicadas têm como referência a extremidade engastada da viga.

TABELA 1 – FREQUÊNCIAS NATURAIS E FATORES DE AMORTECIMENTO EM SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Viga sem controle passivo		
Parâmetro/Modo	Modo 1	Modo 2
Frequência natural [Hz]	14,4	89,8
Fator de amortecimento [adim]	0,0065	0,00195
Viga com manta viscoelástica sem constrição		
Parâmetro/Modo	Modo 1	Modo 2
Frequência natural [Hz]	14,5	90,2
Fator de amortecimento [adim]	0,0082	0,00273
Viga com manta viscoelástica com constrição		
Parâmetro/Modo	Modo 1	Modo 2
Frequência natural [Hz]	14,5	90,4
Fator de amortecimento [adim]	0,01	0,0034

FONTE: o autor.

TABELA 2 – PARÂMETROS DA VIGA EM SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Módulo de elasticidade (E)	$2,1 \times 10^{11}$	N/m^2
Densidade ρ	7850	kg/m^3
Comprimento L	580	mm
Largura a	50	mm
Espessura e	5,75	mm

FONTE: o autor.

TABELA 3 – PARÂMETROS DA UNIDADE DE CONTROLE NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Passo de adaptação μ	0,002
Número de coeficientes do filtro adaptativo	100
Número de coeficientes do filtro secundário	100
Algoritmo adaptativo	LMS Normalizado

FONTE: o autor.

TABELA 4 – POSIÇÃO DOS SINAIS AO LONGO DOS ELEMENTOS DA VIGA

Sinal	Posição [mm]	Índice
$e[n]$	560	97
$q_{ref}[n]$	185	32
$f_{per}[n]$	185	32
$f_{cont}[n]$	345	59

FONTE: o autor.

O intervalo de amostragem em todas as simulações foi de $T = 4ms$.

4.1.3 Procedimento de Análise

Na análise dos resultados das simulações, apresentada no Capítulo 5, foram considerados, três aspectos.

- aspecto 1: redução de energia de vibração quando o CAAV é acionado em relação quando ele não está ligado.
- aspecto 2: tempo para que o nível da energia do sinal reduza para um determinado valor quando o sistema de controle ativo é acionado;
- aspecto 3: descrição da envoltória de onda durante o funcionamento do sistema de controle ativo.

O primeiro aspecto é considerado através da equação

$$K_{red} = 20 \log \left(\frac{\mu_c(N_\mu)}{\mu_p(N_\mu)} \right) \quad (4.3)$$

onde K_{red} é o coeficiente de redução em dB do sinal $e_{H_\mu}^2[n]$, μ_p é a média das últimas N_μ amostras da etapa 1 ou 3 do sinal $e_{H_\mu}^2[n]$ e μ_c é a média das últimas N_μ amostras da etapa 2 ou 4 do sinal $e_{H_\mu}^2[n]$.

O segundo aspecto é considerado pelo tempo de convergência T_{conv} que é o tempo para que a média do sinal $e_{H_\mu}^2[n]$ atinja e permaneça menor do que o coeficiente K_{conv} , dado por

$$K_{conv} = \frac{\mu_p(N_\mu)\%R}{100} \quad (4.4)$$

onde $\%R$ é o fator de redução de convergência.

A TABELA 5 apresenta os valores dos parâmetros para cálculo de K_{red} e K_{conv} . No cálculo de T_{conv} , quando não foi obtida uma redução suficiente para utilizar o valor de $\%R$ da TABELA 5, o valor máximo possível foi utilizado.

TABELA 5 – PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DE K_{red} E K_{conv}

Valor de N_μ no cálculo de K_{red}	
Perturbação harmônica	5000
Perturbação em banda	15000
Valor de N_μ no cálculo de K_{conv}	
Perturbação harmônica	1000
Perturbação em banda	1000
Valores de $\%R$	
Perturbações 1 a 4	90%
Perturbações 5 a 7	80%

FONTE: o autor

O terceiro e último aspecto foi abordado de forma qualitativa, classificando a envoltória de $e[n]$ quanto ao seu nível (altas oscilações, médias oscilações e baixas oscilações) e ao seu regime (permanente, transiente e instável). As classificações de nível e regime empregadas são expostas abaixo.

No tocante ao nível, oscilações envoltória na etapa de controle que flutuam próximas às oscilações da envoltória na etapa sem controle são classificadas como altas oscilações. Já as oscilações da envoltória na etapa de controle que flutuam próximas à metade das oscilações da envoltória na etapa sem controle são classificadas como médias oscilações. Por fim, as oscilações da envoltória na etapa de controle que flutuam em valores menores que um terço das oscilações da envoltória na etapa sem controle são classificadas como baixas oscilações.

No tocante ao regime, oscilações da envoltória que permanecem da mesma forma durante toda a etapa de ação de controle são classificadas como permanentes. Já as oscilações da envoltória que diminuem, de forma progressiva, durante a etapa de ação de controle são classificadas como transientes. Por fim, as oscilações da envoltória que aumentam ou geram saltos repentinos durante a ação de controle são classificadas como instáveis.

Todos os procedimentos de análise apresentados acima são feitos da etapa 2 em relação à etapa 1, e depois, da mesma forma, da etapa 4 para 3.

No tocante às simulações numéricas realizadas, cabe ainda comentar o seguinte. No capítulo 2, foram expostos modelos para o comportamento dinâmico de sistemas mecânicos com um e múltiplos graus de liberdade que empregam o conceito de amortecimento viscoso. Embora conveniente, esse conceito é de aplicação prática limitada, particularmente quando são considerados sistemas em que a dissipação de energia provém do uso de materiais viscoelásticos, como se verifica no presente trabalho. Contudo, como a faixa de frequência investigada não foi extensa e a temperatura de trabalho foi assumida como constante, entendeu-se que o uso do conceito de amortecimento viscoso poderia ser aceitável para fins de simulação, posto que aí se buscava mais indicações pertinentes de comportamento, em tolerável detrimento da exatidão dos resultados associados. Já nos ensaios experimentais, essa questão não se aplica, pois se lida com a realidade tal como ela se manifesta.

4.2 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

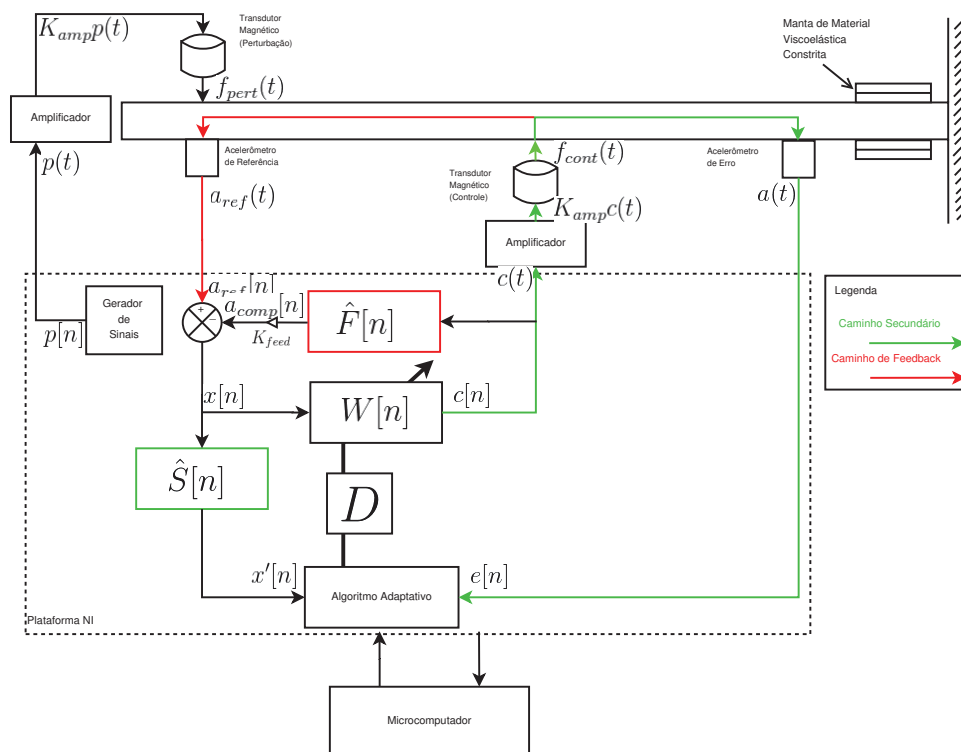
Além das simulações numéricas, foram também realizados ensaios experimentais, visando investigar as características do sistema de controle híbrido de vibrações concebido e também comprovar sua eficácia, já antecipada pelas simulações. Como já exposto, o controle híbrido foi implementado sobre uma viga metálica uniforme engastada-livre. O controle passivo se deu pela inserção de uma manta constricta de material viscoelástico, distribuído de forma parcial ao longo da viga. Já o controle ativo foi implementado usando a plataforma CompactRIO, da *National Instruments* (NI), contando também sensores (acelerômetros) e atuadores (transdutores magnéticos).

Nos experimentos, foram aplicadas, sobre a viga, tanto excitações harmônicas quanto excitações aleatórias em banda. Parâmetros modais da viga, a saber, frequências naturais e razões de amortecimento, foram preliminarmente levantadas em ensaios modais de impacto, contando com o analisador de sinais, martelo de impacto, acelerômetro e o uso da equação 3.17. As seções subsequentes fornecem maiores detalhes sobre os ensaios experimentais de maior interesse.

4.2.1 Visão Esquemática Geral

A FIGURA 71 ilustra esquematicamente a montagem experimental (utilizada nos experimentos de controle híbrido de vibrações).

FIGURA 71 – MONTAGEM EXPERIMENTAL PARA CONTROLE HÍBRIDO EM VIGA ENGASTADA-LIVRE



FONTE: o autor.

São apresentados, abaixo, os significados dos elementos da FIGURA 71. Essa notação será utilizada doravante sempre que se fizer referência a um experimento de CAAV. Tem-se que:

- $p[n]$ é o sinal de perturbação no domínio digital;
- $p(t)$ é o sinal de perturbação no domínio analógico;
- $K_{amp}p(t)$ é o sinal de perturbação amplificado;
- $f_{pert}(t)$ é o sinal de força de perturbação;
- $a_{ref}(t)$ é o sinal de aceleração de referência, adquirido pelo acelerômetro de referência, no domínio analógico;
- $a_{ref}[n]$ é o sinal de aceleração de referência no domínio digital;
- $a_{comp}[n]$ é o sinal de compensação de *feedback*;
- K_{feed} é o sinal de compensação de *feedback*;
- $x[n]$ é o sinal de referência;
- $x'[n]$ é o sinal de referência filtrado via FxNLMS;
- $c[n]$ é o sinal de controle no domínio digital;

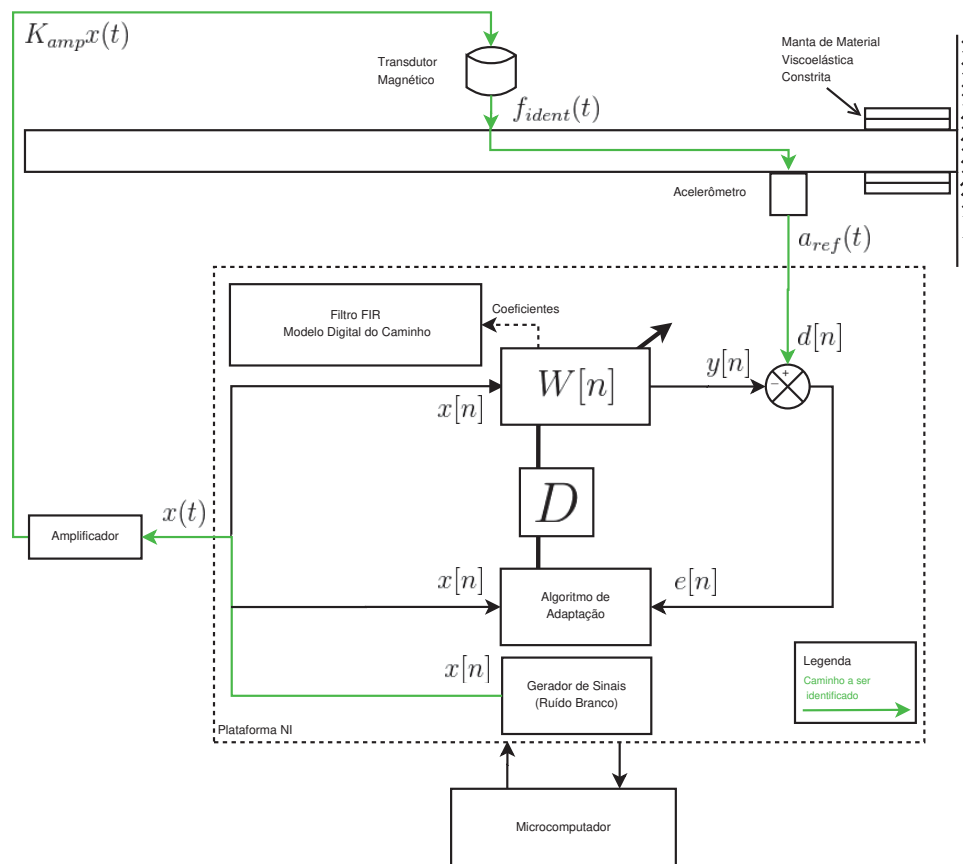
- $c(t)$ é o sinal de controle no domínio analógico;
- $K_{amp}c(t)$ é o sinal de controle amplificado;
- $f_{cont}(t)$ é a força de controle;
- $a_{erro}(t)$ é o sinal de aceleração, adquirido pelo acelerômetro de erro, no domínio analógico;
- $e[n]$ é o sinal de erro, que é, em realidade, o sinal de aceleração adquirido pelo acelerômetro de erro no domínio digital, $a_{erro}[n]$.

Foram contemplados os comportamentos dinâmicos da viga metálica nas seguintes situações:

- viga somente com controle ativo/adaptativo;
- viga com controle ativo/adaptativo e com controle passivo por manta de material viscoelástico não constrita (investigações intermediárias);
- viga com controle ativo/adaptativo e com controle passivo por manta de material viscoelástico constrita.

Para a implementação da montagem da FIGURA 71, alguns caminhos ao longo da viga tiveram que ser preliminarmente identificados. A FIGURA 72 mostra, de forma esquemática, a montagem experimental da identificação. Nota-se que o fluxo de sinais em cor verde representa o caminho (ou função de transferência) que é alvo de identificação. O sinal de excitação utilizada na identificação foi um ruído branco filtrado na banda de 10 a 120 Hz .

FIGURA 72 – MONTAGEM EXPERIMENTAL PARA IDENTIFICAÇÃO DE CAMINHOS



FONTE: o autor.

São apresentados, abaixo, os significados dos elementos da FIGURA 72. Essa notação será utilizada doravante sempre que se fizer referência à identificação de caminhos em experimento. Tem-se que

- $x[n]$ é o sinal de referência no domínio digital;
- $x(t)$ é o sinal de referência no domínio analógico;
- $K_{amp}x(t)$ é o sinal de referência amplificado;
- $f_{ident}(t)$ é o sinal de força aplicado na estrutura para identificar o caminho almejado;
- $a(t)$ é o sinal de aceleração adquirido pelo acelerômetro no domínio analógico;
- $d[n]$ é o sinal desejado, que é, em realidade, o sinal de aceleração adquirido pelo acelerômetro no domínio digital, $a[n]$;
- $y[n]$ é o sinal de cancelamento;
- $e[n]$ é o sinal de erro.

Uma observação importante: na realização experimental, os caminhos identificados não são unicamente funções de uma entrada e de uma saída da viga, mas sim de uma entrada

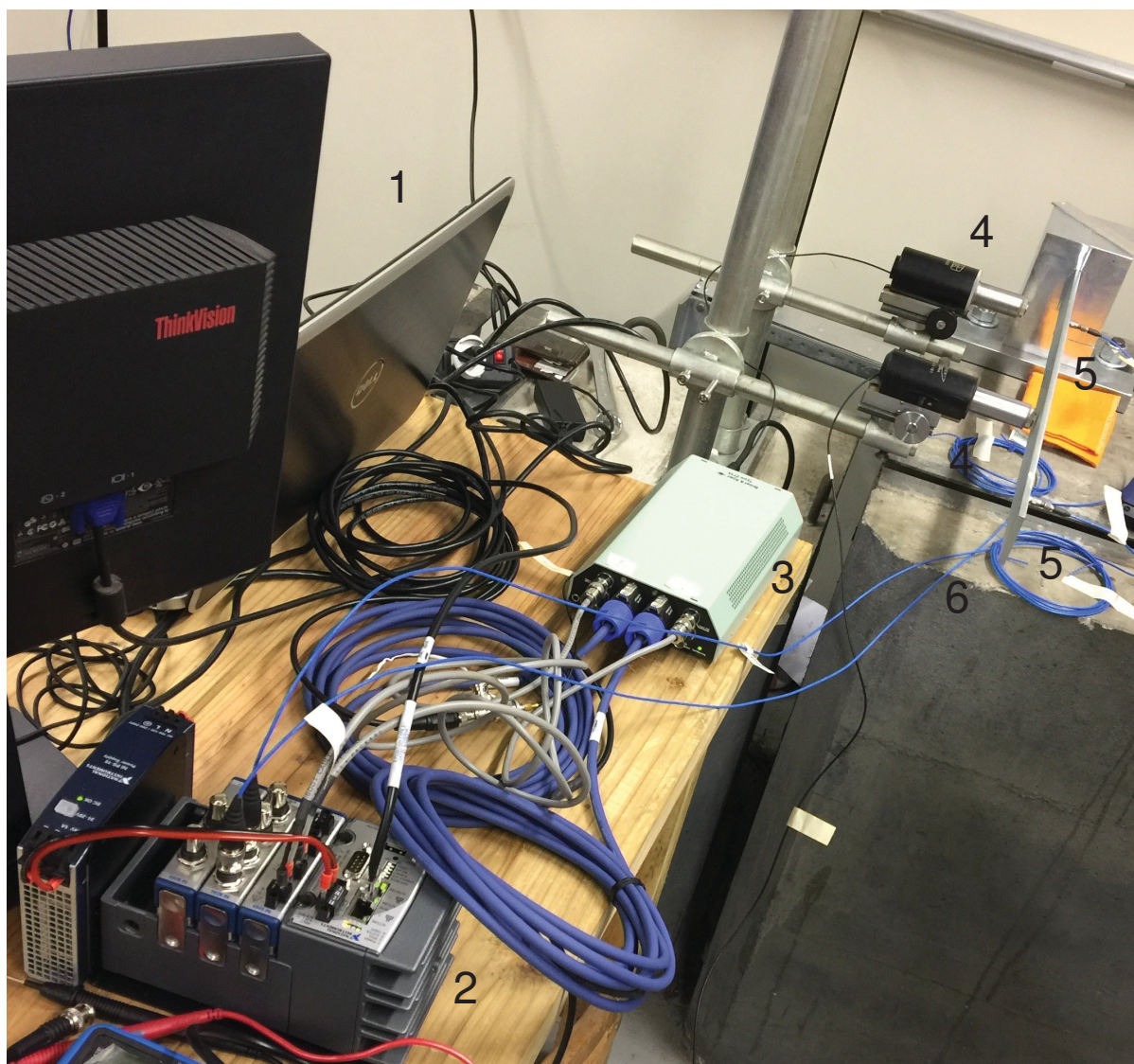
que se inicia em $x[n]$ e termina em $d[n]$. Isto corresponde a um processo de identificação que leva em consideração a conversão do sinal digital $x[n]$ para o sinal analógico $x(t)$, realizada pelo CompactRIO, a amplificação do sinal $x(t)$ para $K_{amp}x(t)$, realizada pelo amplificador, a ação eletromagnética, que converte a tensão elétrica $K_{amp}x(t)$ para a força $f_{ident}(t)$ realizada pelo transdutor magnético, o caminho da viga que corresponde a excitação $f_{ident}(t)$, para a leitura do acelerômetro $a(t)$ e, por fim, a conversão analógica do sinal $a(t)$ para o sinal digital $a[n] = d[n]$, realizada pela plataforma CompactRIO.

4.2.2 Componentes da Montagem Experimental

A montagem experimental é ilustrada na FIGURA 73. Os componentes dessa montagem, indicados por números na FIGURA 73, são os seguintes:

- 1 - microcomputador portátil Dell Inspiram 15R 5537-A10;
- 2 - unidade de controle (controlador) NI CompactRIO (CRIO) 9024, com o módulo de entrada de sinais NI9234 e o módulo de saída NI9269;
- 3 - amplificador de potência *Brüel & Kjær* (BK) 2735;
- 4 - transdutores magnéticos (atuadores) BK MM-0002;
- 5 - acelerômetro piezoelétricos PCB 352C66;
- 6 - viga metálica.

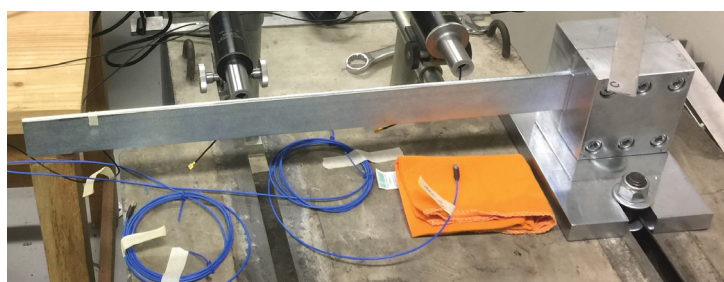
FIGURA 73 – MONTAGEM EXPERIMENTAL



FONTE: o autor

A viga metálica engastada-livre é ilustrada na FIGURA 74, ainda sem a manta constrita de material viscoelástico.

FIGURA 74 – VIGA ENGASTADA LIVRE PROJETADA



FONTE: o autor.

Os dados da viga são aqueles já fornecidos na TABELA 2. Pela aplicação da equação 2.131, com os parâmetros da TABELA 2, obtêm-se as cinco primeiras frequências naturais da TABELA 6.

TABELA 6 – FREQUÊNCIAS NATURAIS TEÓRICAS DA VIGA DO EXPERIMENTO

$f_n [Hz]$	14,28	89,49	251,60	491,0	811,78
------------	-------	-------	--------	-------	--------

FONTE: o autor.

Para os ensaios modais preliminares na viga, foram empregados um martelo de impacto PCB 086c04), um acelerômetro piezoelétrico PCB 352C68 e um analisador de sinais NI USB-4431.

Para o controle passivo foi utilizado duas mantas de material viscoelástico com 150mm de comprimento 50mm de largura e 3,046 mm de espessura, já a chapa de constrição é de alumínio com 1 mm de espessura. O material viscoelástico é fornecido por *E-A-R Specialty Composites*.

Após consultar curvas da FIGURA 67, o posicionamento do controle passivo foi elegido nos primeiros 150 mm da viga a partir do engaste. Assim, através da equação 3.16 obteve-se um coeficiente de eficiência $\gamma_{visc} = 57\%$ para o primeiro modo e $\gamma_{visc} = 22\%$ para o segundo modo. A FIGURA 75 mostra a viga metálica com a manta constrita de material viscoelástica.

FIGURA 75 – VIGA ENGASTADA LIVRE COM MANTA CONSTRIÇÃO DE MATERIAL VISCOELÁSTICO



FONTE: o autor.

4.2.3 Implementação de Algoritmos

Dois algoritmos foram desenvolvidos para realizar os ensaios experimentais desta dissertação. São eles:

- identificação de sistema
- controle ativo de vibrações

Ambos algoritmos foram implementados em ambiente LabVIEW, com o uso do módulo de programação LabVIEW Real-Time. Tal módulo é utilizado para criar e implementar aplicações computacionais de sistema distribuídos em tempo real para teste, monitoramento e controle.

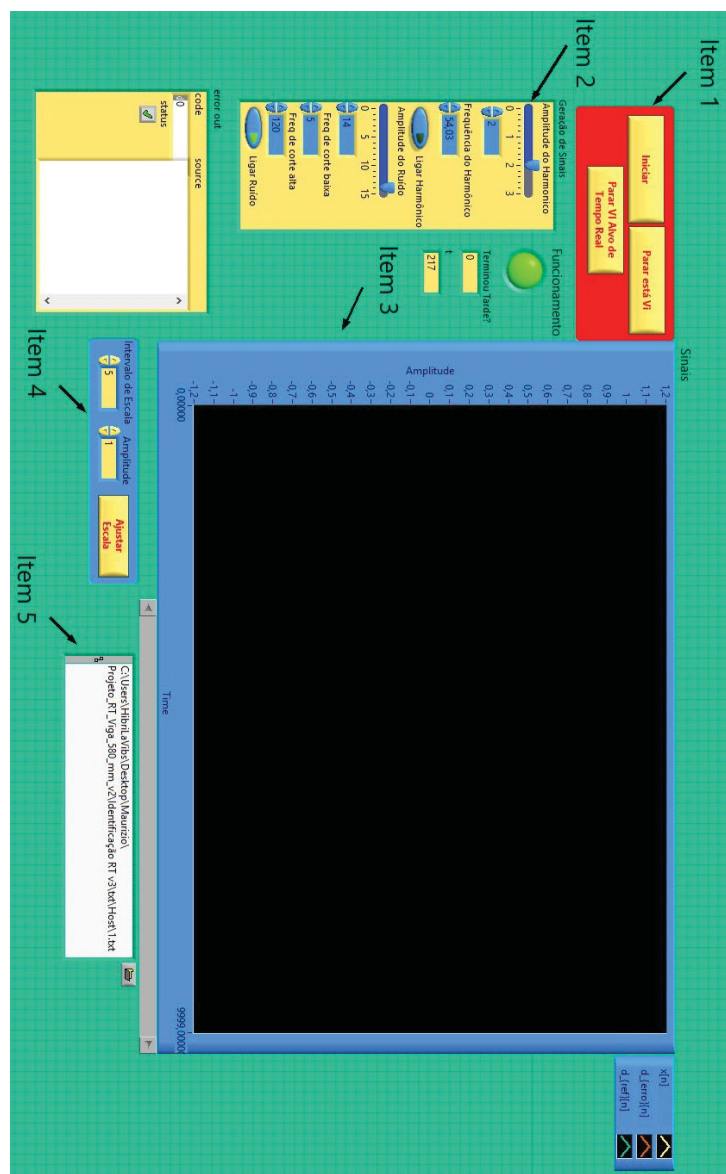
Uma das unidades que podem ser utilizadas com o LabVIEW Real-Time é o CompactRIO, já mencionado anteriormente. Informações mais detalhadas sobre o LabVIEW Real-Time podem ser encontradas em National Instruments (2019).

Como já exposto, a identificação de sistema é fundamental para a execução do CAAV, pois é através dela que são gerados o modelo do filtro de caminho de *feedback* e o modelo do filtro de caminho secundário. No diagrama da FIGURA 72, mostra-se a arquitetura do algoritmo de identificação.

A FIGURA 76 apresenta o painel frontal do VI principal para identificação em tempo real. Os itens indicados na FIGURA 76 possuem as seguintes funções:

- item 1, botões de inicialização e finalização de ensaio;
- item 2, parâmetros do gerador de sinal de identificação $x[n]$;
- item 3, osciloscópio, para exibição do o sinal de identificação $x[n]$, do sinal desejado para a identificação do caminho de *feedback* $d[n]_{feed}$ e do o sinal desejado para identificação do filtro de caminho secundário $d[n]_{sec}$;
- item 4, ajuste de escala do osciloscópio;
- item 5, endereço do banco de dados onde os sinais $x[n]$, $d_{feed}[n]$ e $d_{sec}[n]$ serão salvos em arquivo *.txt*.

FIGURA 76 – PAINEL FRONTAL DA VI PRINCIPAL, DO COMPUTADOR HOSPEDEIRO, PARA IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMA



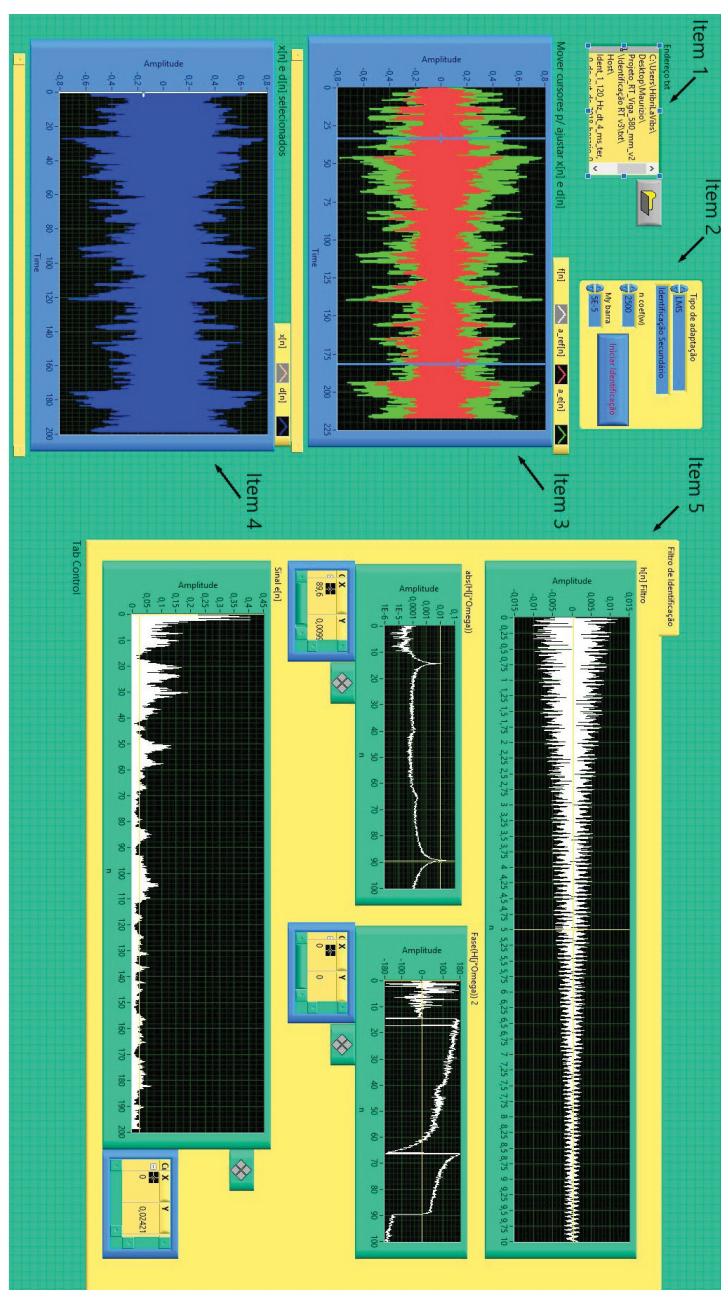
FONTE: o autor.

Na prática, é mais vantajoso, gravar os sinais $x[n]$ e $d[n]$ e executar o algoritmo de identificação em estado *offline*. Assim, pode-se executar o algoritmo de identificação várias vezes até a obtenção do ajuste dos parâmetros do algoritmo adaptativo que favorece a maior redução de $e^2[n]$. A FIGURA 77 mostra o painel frontal do VI para identificação de forma *offline*. Os itens indicados nessa figura possuem as seguintes funções:

- item 1, endereço para leitura dos sinais $x[n]$, $d_{feed}[n]$ e $d_{sec}[n]$;
- item 2, parâmetros do sistema de identificação;
- item 3, monitor gráfico que exibe os sinais $x[n]$, $d_{feed}[n]$ e $d_{sec}[n]$, o qual possui dois cursores horizontais móveis, que delimitam as parcelas dos sinais para alimentação do algoritmo de identificação;

- item 4, exibição das parcelas de sinais que se encontram entre os cursores do monitor gráfico do item 3;
- item 5, aba que contém o filtro identificado no domínio do tempo e no domínio da frequência, e um monitor gráfico com o sinal $e^2[n]$.

FIGURA 77 – PAINEL FRONTAL DA VI PRINCIPAL DO ALGORITMO DE IDENTIFICAÇÃO



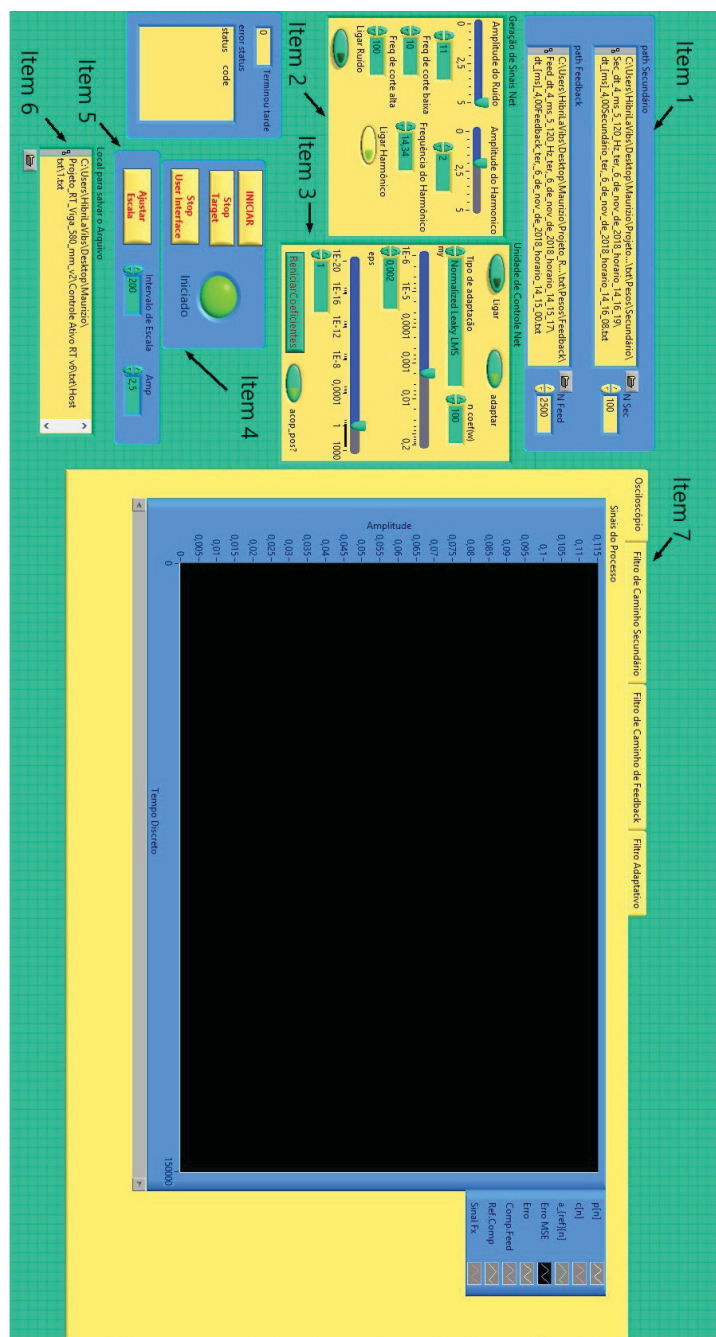
FONTE: o autor.

O painel frontal do VI principal para controle ativo de vibrações é apresentado na FIGURA 78. Os itens indicados nessa figura possuem as seguintes funções:

- item 1, endereço dos arquivos *.txt* para a leitura dos coeficientes do filtro de caminho de *feedback* e do filtro de caminho secundário;

- item 2, parâmetros manipulados pelo usuário na geração do sinal de perturbação $p[n]$;
- item 3, parâmetros manipulados pelo usuário na unidade de controle adaptativa;
- item 4, botões de inicialização e de finalização do sistema;
- item 5, quadro de ajuste de escala;
- item 6, endereço do banco de dados onde os sinais do processo são salvos em arquivo *.txt*;
- item 7, quadro com as abas de
 - osciloscópio - para exibição dos sinais do processo em um osciloscópio;
 - filtro de caminho secundário - para exibição do filtro de caminho secundário no domínio do tempo e no domínio da frequência;
 - filtro de caminho de *feedback* - para exibição do filtro de caminho de *feedback* no domínio do tempo e no domínio da frequência;
 - filtro adaptativo - para exibição do filtro adaptativo no domínio do tempo e no domínio da frequência;

FIGURA 78 – PAINEL FRONTAL DO VI PRINCIPAL PARA CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES



FONTE: o autor.

A estimação do erro quadrático médio $E[e^2[n]]$ foi realizada pelo filtro H_μ , o qual gera o sinal $e_{H_\mu}^2[n]$. Foi adotado o valor de $4ms$ para a variável T_{det} (intervalo de amostragem), que é o menor valor para o correto funcionamento das rotinas do LabVIEW Real-Time. Assim, a frequência de amostragem na identificação e no controle foi de $1/T_{Det} = f_s = 250 \text{ Hz}$ (para amostragem mais refinadas, deve-se utilizar o módulo de programação FPGA do LabVIEW). Os diagramas de blocos em LabVIEW para identificação de sistema e controle ativo encontram-se no Apêndice A.

4.2.4 Procedimentos de Ensaios e de Análise

A identificação experimental dos filtros de caminho de *feedback* e secundário consistiu em:

- coletar os sinais $x[n]$, $d_{feed}[n]$, $d_{sec}[n]$ ao longo de aproximadamente 300 segundos;
- processar o algoritmo de identificação na filtragem adaptativa.

O sinal $x[n]$ utilizado foi um ruído branco, filtrado na banda de intervalo de 10 a 120 Hz . A TABELA 7 contém os parâmetros de identificação utilizados.

TABELA 7 – PARÂMETROS DA IDENTIFICAÇÃO NOS EXPERIMENTOS

Passo de adaptação μ	0,0001
Número de coeficientes N_{ident}	5000
Algoritmo adaptativo	LMS

FONTE: o autor.

Já os experimentos de controle ativo de vibrações se deram de forma análoga às investigações por simulação numérica, como explicado na seção 4.1.2.

Os parâmetros da unidade de controle e as posições de perturbação, controle, referência e desempenho (erro) se mantiveram as mesmas das simulações numéricas. Porém, essas informações são repetidas na TABELA 8 e TABELA 9 por conveniência.

TABELA 8 – PARÂMETROS DA UNIDADE DE CONTROLE NOS EXPERIMENTOS

Passo de adaptação μ	0,002
Número de coeficientes do filtro adaptativo	100
Número de coeficientes do filtro secundário	100
Algoritmo adaptativo	LMS Normalizado

FONTE: o autor.

TABELA 9 – POSIÇÕES DOS SENSORES E ATUADORES AO LONGO DA VIGA NOS EXPERIMENTOS

Transdutor	Posição [mm]
Acelerômetro de erro	560
Acelerômetro de referência	185
Transdutor magnético de perturbação	185
Transdutor magnético de controle	345

FONTE: o autor.

As posições da TABELA 9 têm como referência a extremidade de engaste da viga.

O procedimento empregado pra analisar os resultados experimentais é idêntico ao aplicado nas simulações numéricas. Valem aqui, as mesmas informações já expostas na seção 4.1.3.

5 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo, serão apresentados e discutidos os resultados dos 119 ensaios experimentais e dos 119 ensaios numéricos correspondentes.

Busca-se, em particular, analisar e diagnosticar o comportamento do sistema de controle híbrido de vibrações sob diferentes configurações de amortecimento, perturbação e filtro de *feedback*. Os parâmetros de análise são, como já exposto, o tempo de convergência, a redução da energia de vibração do sinal de erro, e a forma de onda.

5.1 RESULTADOS DE ENSAIO MODAL NA VIGA

A TABELA 10 apresenta os resultados de ensaio modal de impacto para cada condição da viga.

TABELA 10 – RESULTADOS DE ENSAIO DE IMPACTO MODAL

Viga sem controle passivo		
Parâmetro	Modo 1	Modo 2
Frequência natural [Hz]	14,4	89,8
Fator de amortecimento [adim]	0,0065	0,00195
Viga com manta viscoelástica sem constrição		
Parâmetro/Modo	Modo 1	Modo 2
Frequência natural [Hz]	14,5	90,2
Fator de amortecimento [adim]	0,0082	0,00273
Viga com manta viscoelástica com constrição		
Parâmetro/Modo	Modo 1	Modo 2
Frequência natural [Hz]	14,5	90,4
Fator de amortecimento [adim]	0,01	0,0034

FONTE: o autor.

Comparando a TABELA 10 com a TABELA 6, conclui-se que o modelo teórico condiz com os resultados experimentais.

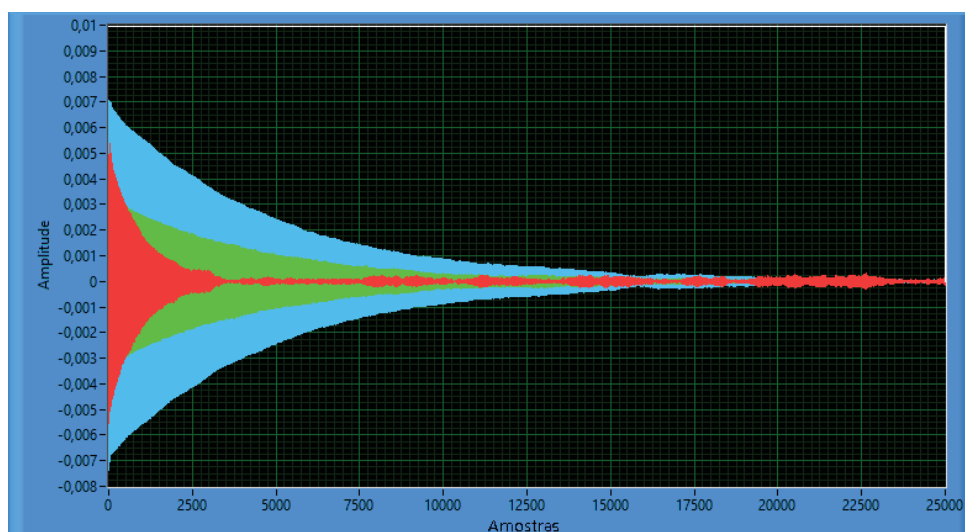
5.2 RESULTADOS DE IDENTIFICAÇÃO DE CAMINHOS SECUNDÁRIOS

São apresentados, nesta seção, os resultados correspondentes aos filtros de caminho secundário identificados. As curvas em azul são relativas ao filtro identificado quando a viga não possui controle passivo, enquanto as curvas em verde dizem respeito a viga com manta de material viscoelástico não constrita e em vermelho para a viga manta de material viscoelástico constrita. O sinal $x[n]$ utilizado para a identificação relativo ao primeiro modo foi de 10 a 20 Hz, para a identificação relativo ao segundo modo, de 80 a 100 Hz, e para a identificação simultânea

do primeiro e segundo modos foi de 10 a 120 Hz , sendo este último utilizado no algoritmo de controle.

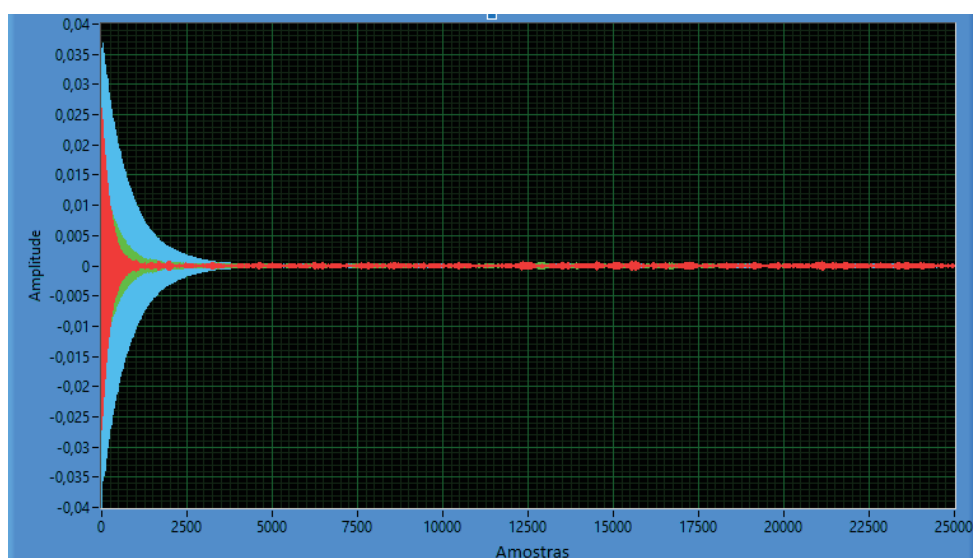
A FIGURA 79 ilustra o filtro de caminho secundário relativo ao primeiro modo. Já a FIGURA 80 ilustra o filtro de caminho secundário relativo ao segundo modo. Na sequência, a FIGURA 81 apresenta o filtro de caminho secundário relativo ao primeiro e segundo modos.

FIGURA 79 – FILTRO DE CAMINHO SECUNDÁRIO, PRIMEIRO MODO



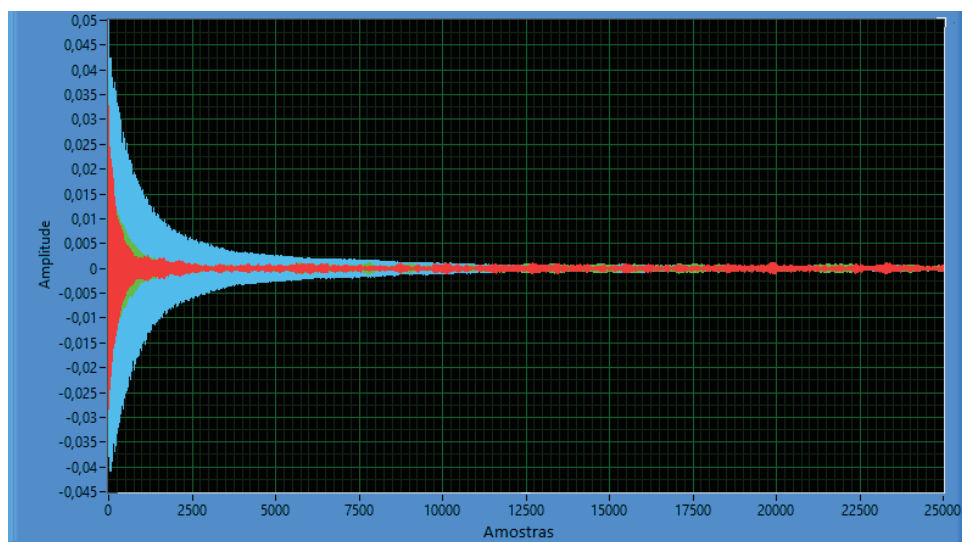
FONTE: o autor.

FIGURA 80 – FILTRO DE CAMINHO SECUNDÁRIO, SEGUNDO MODO



FONTE: o autor.

FIGURA 81 – FILTRO DE CAMINHO SECUNDÁRIO, PRIMEIRO E SEGUNDO MODOS



FONTE: o autor.

É relevante destacar a alteração na envoltória dos filtros identificados, decorrente da inserção de amortecimento na viga pelas camadas viscoelásticas.

Curvas de características semelhantes foram obtidas para os filtros de caminho de *feedback*.

5.3 RESULTADOS DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES

Para esta seção, por conveniência, foram atribuídas *tags*, ou etiquetas, para se fazer referência a um determinado resultado do trabalho de controle de vibrações. A TABELA 11 mostra o significado destas *tags*.

TABELA 11 – TAGS E SEU SIGNIFICADO NA ESPECIFICAÇÃO DE RESULTADOS

Campo	Tag	Significado
1	Sim	Simulação numérica
1	Exp	Ensaio experimental
2	NVisc	Sem controle passivo
2	Visc	Controle passivo manta viscoelástica sem constrição
2	ViscC	Controle passivo manta viscoelástica com constrição
3	Harm	Perturbação harmônica
3	Band	Perturbação em banda
4	R	Na ressonância
4	PR	Perto da ressonância
5	M1	1° modo de vibrar
5	M2	2° modo de vibrar
5	M1-2	1° e 2° modo de vibrar
6	$N_{feed} \times K_{feed}$	Número de coeficientes do filtro de <i>feedback</i> seguido do fator de <i>feedback</i>
6	$N_{feed} \times j_{an}$	Número de coeficientes do filtro de <i>feedback</i> com filtro de <i>feedback</i> multiplicado por janela

FONTE: o autor.

Ao longo do capítulo, as *tags* serão utilizadas entre símbolos &. Assim, a tag &Sim_Visc_Harm_R_M2_2500x0,5& significa: simulação de controle ativo adaptativo com manta de material viscoelástico não constrita, com filtro de *feedback* de 2500 coeficientes e fator de *feedback* de 0,5, sob perturbação harmônica na ressonância associada ao segundo modo de vibrar.

Quando houver a necessidade de se fazer menção a um conjunto de resultados, será atribuídos nos campos da *tag* apenas as propriedades que necessariamente pertencem a este conjunto. As demais propriedades serão representadas pelo símbolo #. Assim, a designação &Exp_Visc_#_#_#_#& representa o conjunto de todos os ensaios experimentais com manta de material viscoelástico não constrita.

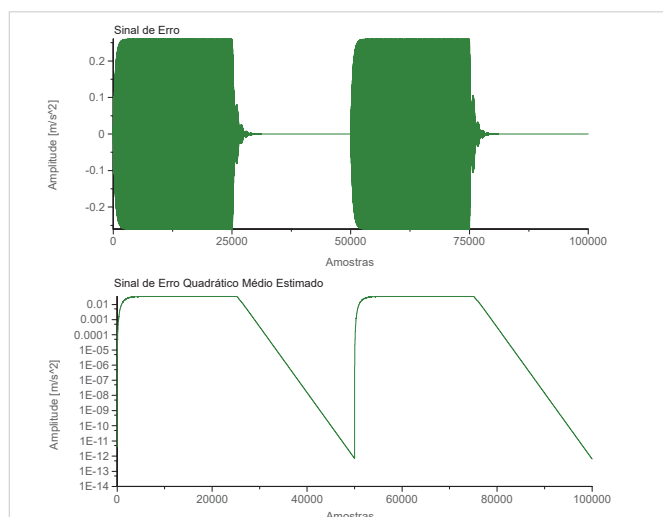
O apêndice B apresenta a tabulação de todos os resultados de experimentos e simulações.

As próximas figuras ilustram os sinais $e[n]$ (sinal de erro) e $e_{H_\mu}^2[n]$ (estimativa do erro quadrático médio), em casos onde ocorre uma boa ação de controle. O conjunto de casos elegidos contém um caso para cada perturbação em simulações numéricas e um caso para cada perturbação em experimentos. A ordem de apresentação é a seguinte: perturbação harmônico na frequência natural relativa ao primeiro modo de vibrar; perturbação harmônico

próximo da frequência natural relativa ao primeiro modo de vibrar; perturbação harmônico na frequência natural relativa ao segundo modo de vibrar; perturbação harmônico próximo da frequência natural relativa ao segundo modo de vibrar; perturbação estocástico do tipo ruído branco filtrado na banda de 11 a 16 Hz ; perturbação estocástico do tipo ruído branco filtrado na banda de 80 a 100 Hz ; perturbação estocástico do tipo ruído branco filtrado na banda de 10 a 100 Hz .

A FIGURA 82 os sinais relativos à seguinte simulação: &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 184dB$ e $T_{conv} = 10,2s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 185dB$ e $T_{conv} = 10,5s$.

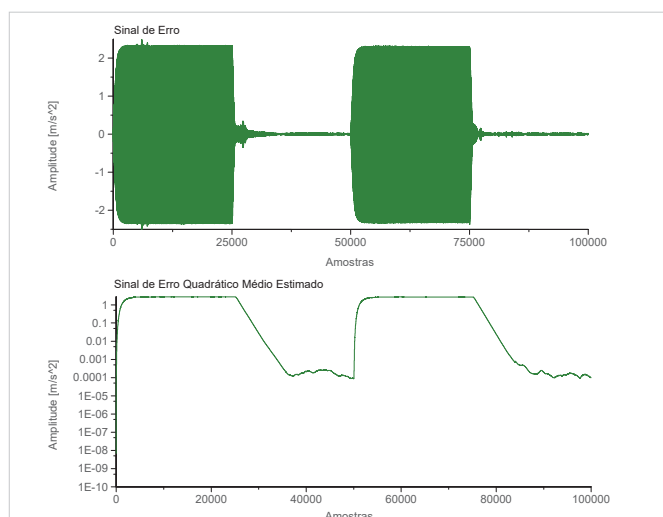
FIGURA 82 – RESULTADO DE &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1,0&



FONTE: o autor.

A FIGURA 83 os sinais relativos ao seguinte experimento: &Exp_ViscC_Harm_R_M1_2500x0,2&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 86dB$ e $T_{conv} = 10,5s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 85,9dB$ e $T_{conv} = 10,4s$.

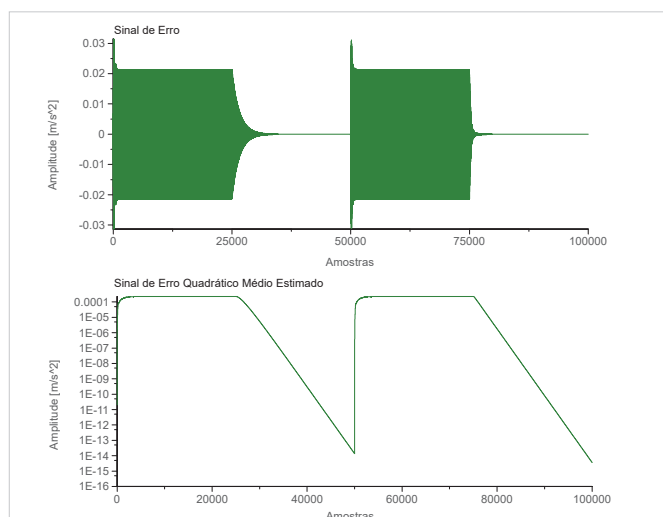
FIGURA 83 – RESULTADO DE &Exp_ViscC_Harm_R_M1_2500x0,2&



FONTE: o autor.

A FIGURA 84 os sinais relativos à seguinte simulação: &Sim_ViscC_Harm_PR_M1_2500x1,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 172dB$ e $T_{conv} = 14,2s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 186dB$ e $T_{conv} = 9,98s$.

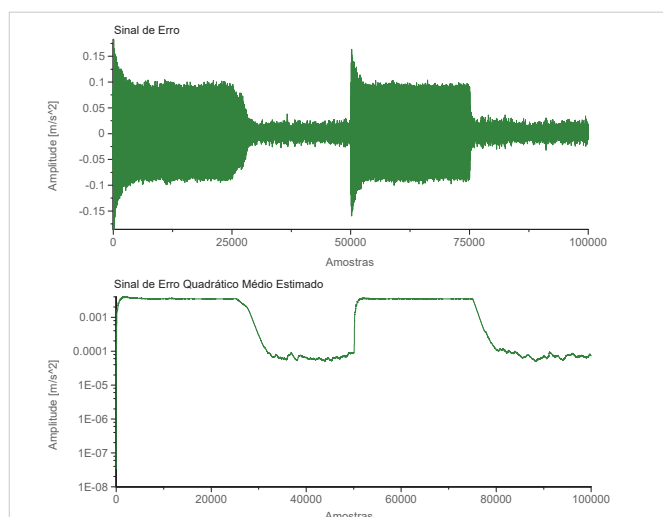
FIGURA 84 – RESULTADO DE &Sim_ViscC_Harm_PR_M1_2500x1,0&



FONTE: o autor.

A FIGURA 85 os sinais relativos ao seguinte experimento: &Exp_NVisc_Harm_PR_M1_2500x1,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 33,9dB$ e $T_{conv} = 19,1s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 48,7dB$ e $T_{conv} = 11,5s$.

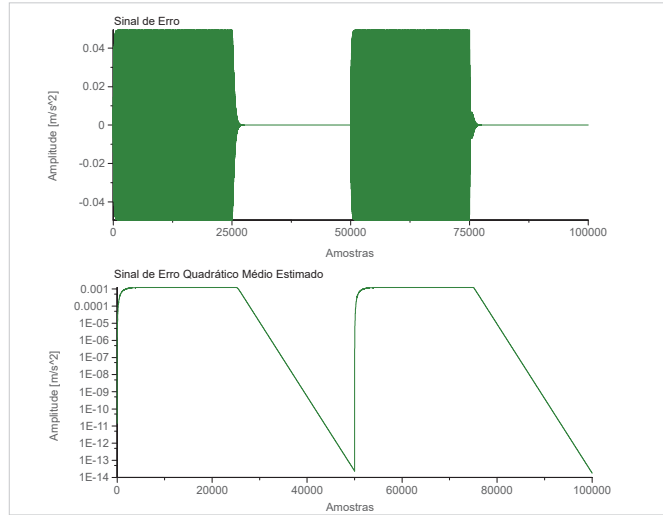
FIGURA 85 – RESULTADO DE &Exp_NVisc_Harm_PR_M1_2500x1,0&



FONTE: o autor.

A FIGURA 86 os sinais relativos à seguinte simulação: &Sim_ViscC_Harm_R_M2_2500x1,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 185dB$ e $T_{conv} = 10,6s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 187dB$ e $T_{conv} = 9,5s$.

FIGURA 86 – RESULTADO DE &Sim_ViscC_Harm_R_M2_2500x1,0&

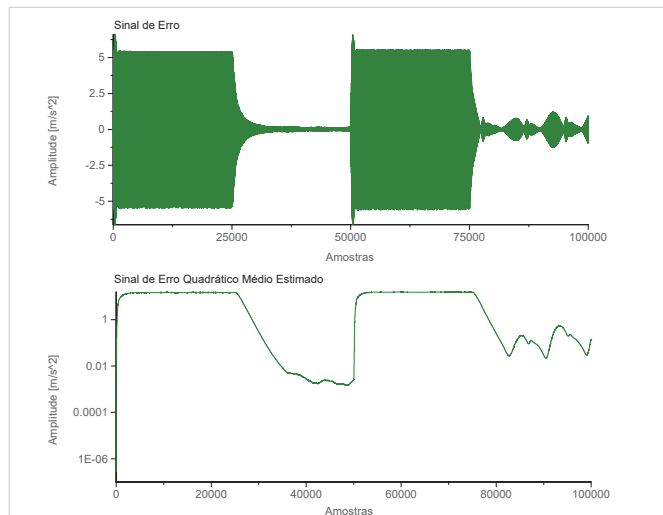


FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Sinal $e[n]$ (b) Sinal $e_{H_\mu}^2[n]$

A FIGURA 87 os sinais relativos ao seguinte experimento: &Exp_NVisc_Harm_R_M2_2500x0,1&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 78,1dB$ e $T_{conv} = 12,7s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 42,6dB$ e $T_{conv} = 11,8s$.

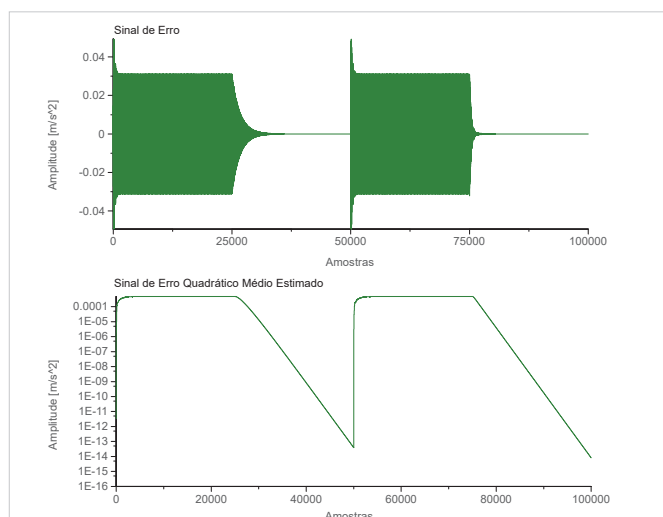
FIGURA 87 – RESULTADO DE &Exp_NVisc_Harm_R_M2_2500x0,1&



FONTE: o autor.

A FIGURA 88 os sinais relativos à seguinte simulação: &Sim_NVisc_Harm_PR_M2_2500x1,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 175dB$ e $T_{conv} = 13,7s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 187dB$ e $T_{conv} = 9,76s$.

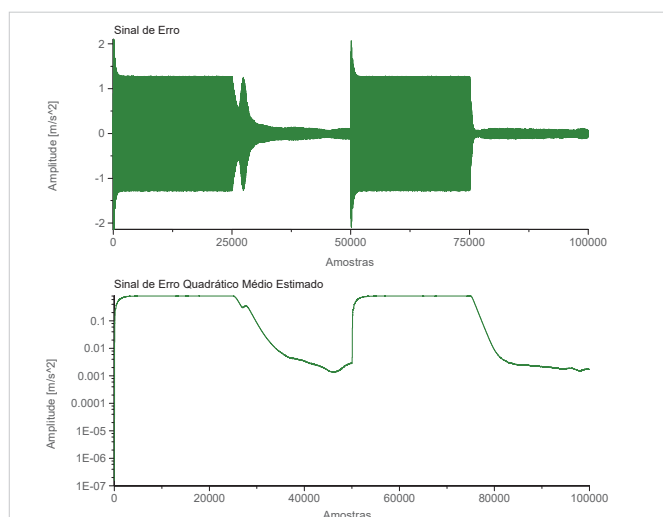
FIGURA 88 – RESULTADO DE &Sim_NVisc_Harm_PR_M2_2500x1,0&



FONTE: o autor.

A FIGURA 89 os sinais relativos ao seguinte experimento: &Exp_Visc_Harm_PR_M2_2500x0,2&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 52,5dB$ e $T_{conv} = 20,3s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 53,3dB$ e $T_{conv} = 10,2s$.

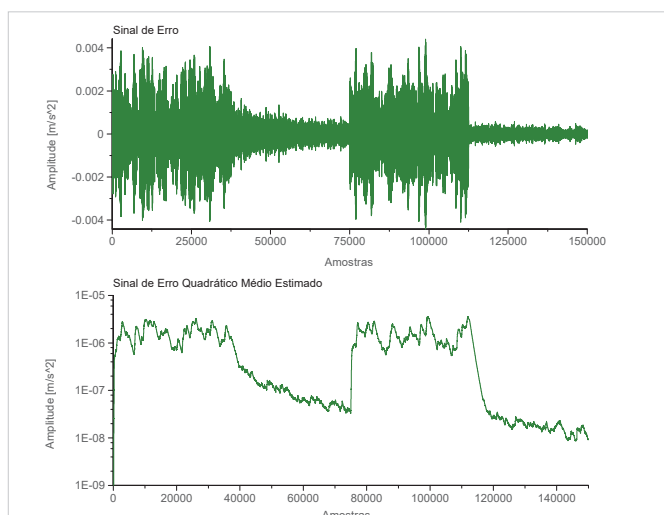
FIGURA 89 – RESULTADO DE &Exp_Visc_Harm_PR_M2_2500x0,2&



FONTE: o autor.

A FIGURA 90 os sinais relativos à seguinte simulação: &Sim_NVisc_Band_M1_2500x0,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 28,9dB$ e $T_{conv} = 19,3s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 40dB$ e $T_{conv} = 6,46s$.

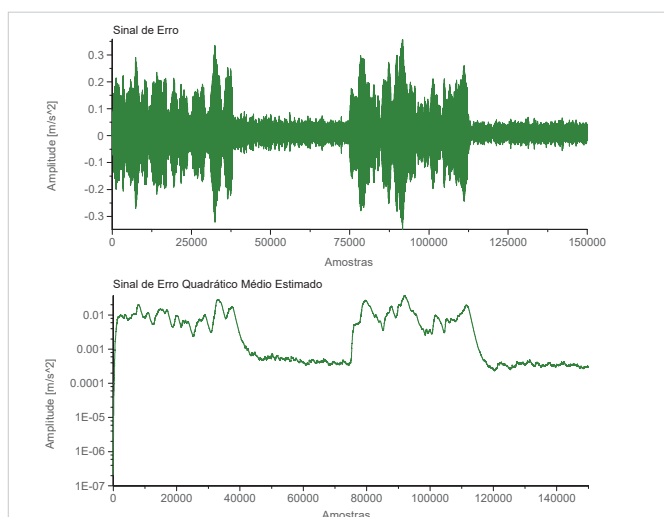
FIGURA 90 – RESULTADO DE &Sim_NVisc_Band_M1_2500x0,0&



FONTE: o autor.

A FIGURA 91 os sinais relativos ao seguinte experimento: &Exp_NVisc_Band_M1_2500x0,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 26,6dB$ e $T_{conv} = 8,91s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 28,3dB$ e $T_{conv} = 5,48s$.

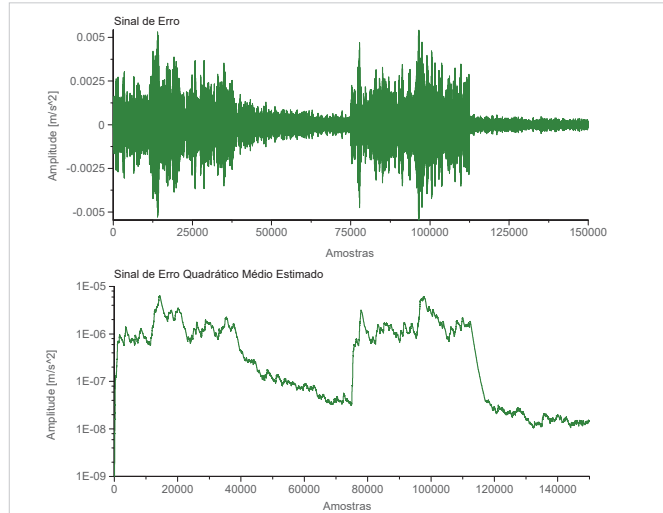
FIGURA 91 – RESULTADO DE &Exp_NVisc_Band_M1_2500x0,0&



FONTE: o autor.

A FIGURA 92 os sinais relativos à seguinte simulação: &Sim_NVisc_Band_M2_2500x0,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 28,6dB$ e $T_{conv} = 27s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 43dB$ e $T_{conv} = 7,14s$.

FIGURA 92 – RESULTADO DE &Sim_NVisc_Band_M2_2500x0,0&

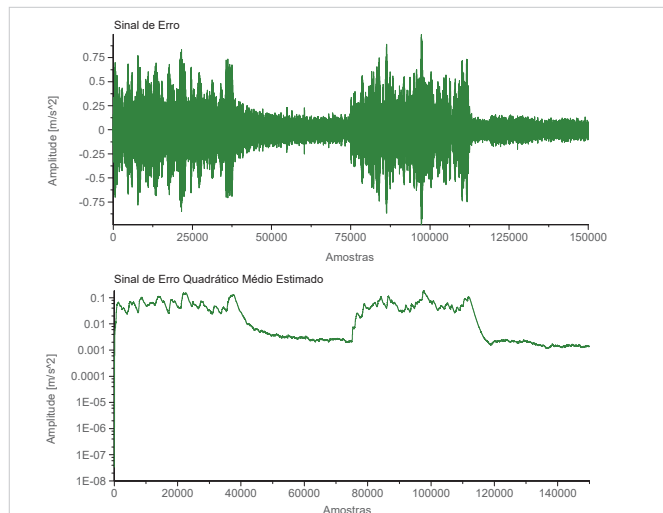


FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Sinal $e[n]$ (b) Sinal $e_{H_\mu}^2[n]$

A FIGURA 93 os sinais relativos ao seguinte experimento: &Exp_NVisc_Band_M2_2500x0,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 27,5dB$ e $T_{conv} = 11,3s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 32,4dB$ e $T_{conv} = 6s$.

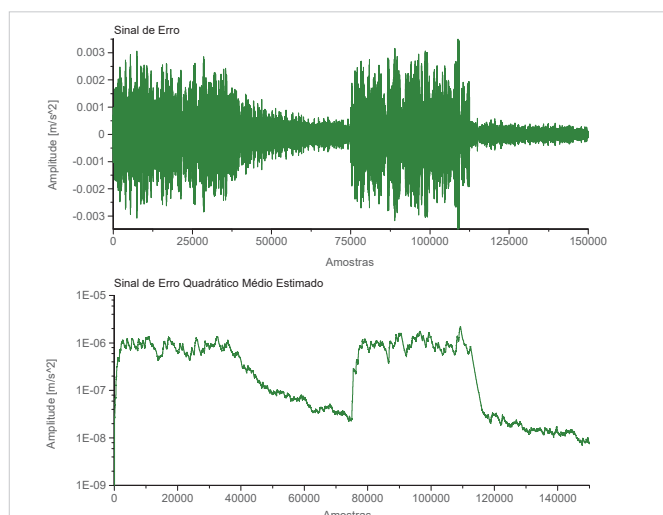
FIGURA 93 – RESULTADO DE &Exp_NVisc_Band_M2_2500x0,0&



FONTE: o autor.

A FIGURA 94 os sinais relativos à seguinte simulação: &Sim_ViscC_Band_M1-2_2500x0,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 25,1dB$ e $T_{conv} = 38,4s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 38,2dB$ e $T_{conv} = 8,22s$.

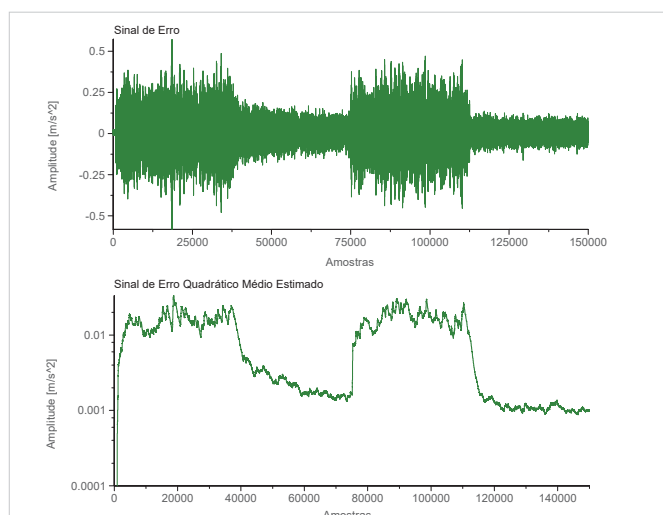
FIGURA 94 – RESULTADO DE &Sim_ViscC_Band_M1-2_2500x0,0&



FONTE: o autor.

A FIGURA 95 os sinais relativos ao seguinte experimento: &Exp_ViscC_Band_M1-2_2500x0,0&. Para este resultado nas etapas 1 e 2, tem-se: $K_{red} = 20,1dB$ e $T_{conv} = 20,3s$. Já para as etapas 3 e 4, tem-se: $K_{red} = 24dB$ e $T_{conv} = 9,34s$.

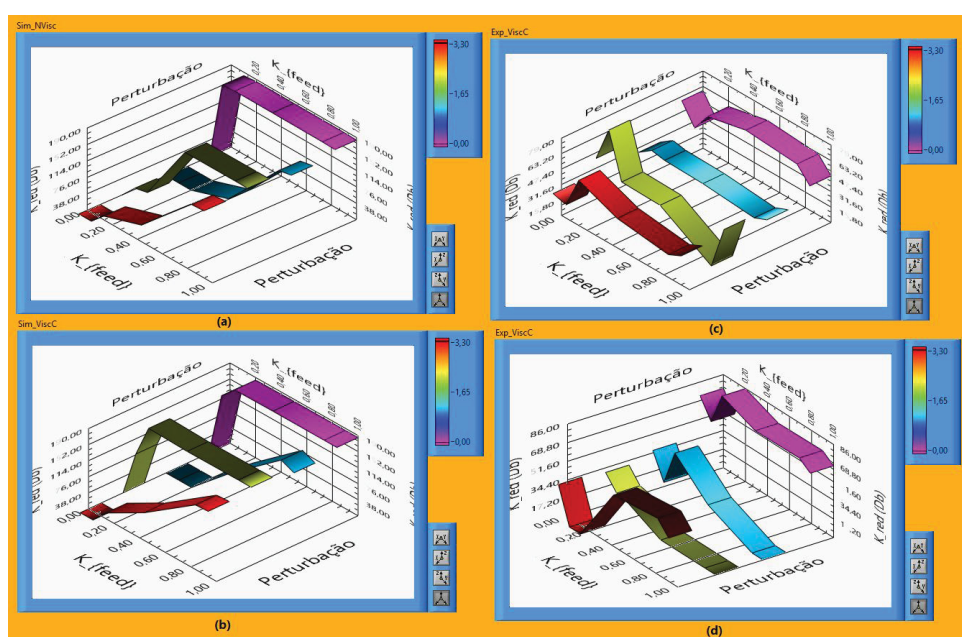
FIGURA 95 – RESULTADO DE &Exp_ViscC_Band_M1-2_2500x0,0&



FONTE: o autor.

As FIGURAS 96 e 97 apresentam 8 gráficos em formato de fitas em três dimensões, com o objetivo de ilustrar a relação do fator de feedback com a redução de vibração efetuada pelo controle ativo para cada tipo de perturbação ensaiada. O eixo z representa os valores de K_{red} e o eixo y representa os valores de K_{feed} . Ao longo do eixo x, relativo ao tipo de perturbação harmônica, a fita roxa representa o conjunto $\#_Harm_R_M1_ \#$, a fita azul representa o conjunto $\#_Harm_PR_M1_ \#$, a fita amarela representa o conjunto $\#_Harm_R_M2_ \#$ e a fita vermelha representa o conjunto $\#_Harm_PR_M2_ \#$. Na FIGURA 96, abordam-se as etapas 1 e 2, enquanto que, na FIGURA 97, abordam-se as etapas 3 e 4.

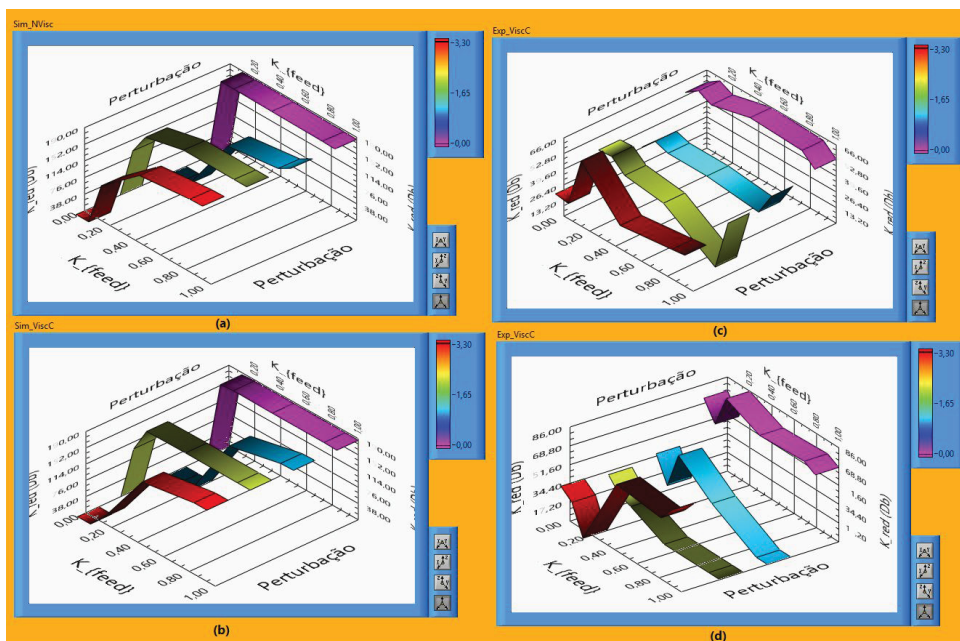
FIGURA 96 – K_{red} EM FUNÇÃO DE K_{feed} E DO TIPO DE PERTURBAÇÃO HARMÔNICA, ETAPAS 1 E 2



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) e (b) Simulação Numérica; (c) e (d) Ensaio experimental; (a) e (c) Viga sem controle passivo; (b) e (d) Viga com manta de material viscoelástico constrita

FIGURA 97 – K_{red} EM FUNÇÃO DE K_{feed} E DO TIPO DE PERTURBAÇÃO HARMÔNICA, ETAPAS 3 E 4

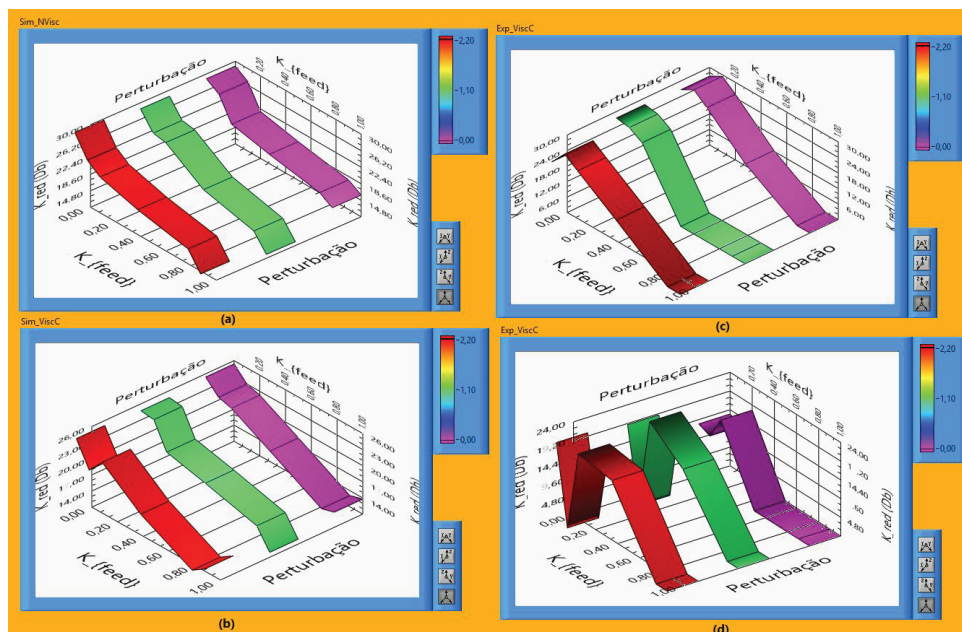


FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) e (b) Simulação Numérica; (c) e (d) Ensaio experimental; (a) e (c) Viga sem controle passivo; (b) e (d) Viga com manta de material viscoelástico constrita

Já nas FIGURAS 98 e 99, a fita roxa representa o conjunto $\#_ \#_ \text{Band_M1_}\#$, a fita verde representa o conjunto $\#_ \#_ \text{Band_M2_}\#$ e a fita amarela representa o conjunto $\#_ \#_ \text{Band_M1-2_}\#$. Observa-se, portanto, nesses casos, que a perturbação contemplada é em banda ao longo de x. Na FIGURA 98, abordam-se as etapas 1 e 2, enquanto que, na FIGURA 99, abordam-se as etapas 3 e 4.

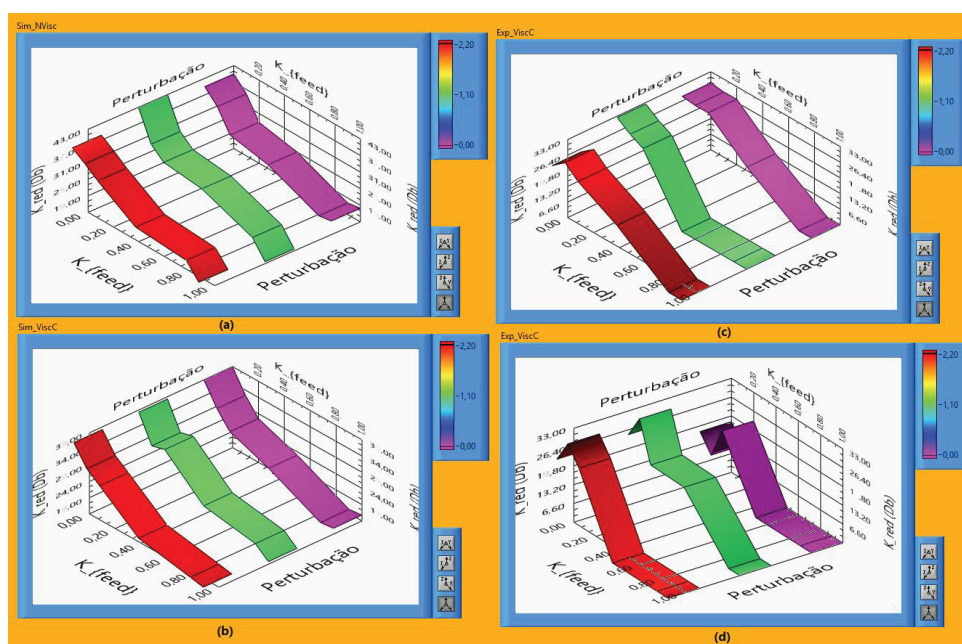
FIGURA 98 – K_{red} EM FUNÇÃO DE K_{feed} E DO TIPO DE PERTURBAÇÃO EM BANDA, ETAPAS 1 E 2



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) e (b) Simulação Numérica; (c) e (d) Ensaio experimental; (a) e (c) Viga sem controle passivo; (b) e (d) Viga com manta de material viscoelástico constrita

FIGURA 99 – K_{red} EM FUNÇÃO DE K_{feed} E DO TIPO DE PERTURBAÇÃO EM BANDA, ETAPAS 3 E 4



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) e (b) Simulação Numérica; (c) e (d) Ensaio experimental; (a) e (c) Viga sem controle passivo; (b) e (d) Viga com manta de material viscoelástico constrita

5.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados nas seções anteriores apontam para as seguintes constatações:

- constatação 1: o conjunto $\&Sim_ _Harm_ _ _ \&$ apresenta os menores valores de K_{red} quando K_{feed} é próximo, ou igual, à unidade;
- constatação 2: o conjunto $\&Sim_ _Band_ _ _ \&$ apresenta os menores valores de K_{red} quando K_{feed} é próximo, ou igual, a zero;
- constatação 3: o conjunto $\&Exp_ _Band_ _ _ \&$ apresenta os menores valores de K_{red} quando K_{feed} é próximo, ou igual, a zero;
- constatação 4: o conjunto $\&Exp_ _Harm_R_M2_ _ \&$ apresentou uma redução significativa de K_{red} quando é adicionado a manta de material viscoelástico constrita na viga;
- constatação 5: em geral, os resultados com manta de material viscoelástico constrita são os que apresentam os menores valores de T_{conv} ;
- constatação 6: para os conjuntos $\&Exp_ _Harm_R_M2_ _ \&$ e $\&Exp_ _Harm_PR_M2_ _ \&$ os resultados, em sua grande maioria, apresentaram comportamento transiente, com grandes oscilações e instabilidade;
- constatação 7: em geral, para resultados estáveis, o valor de T_{conv} foi menor nas etapas de 3 para 4 do que nas de 1 para 2.

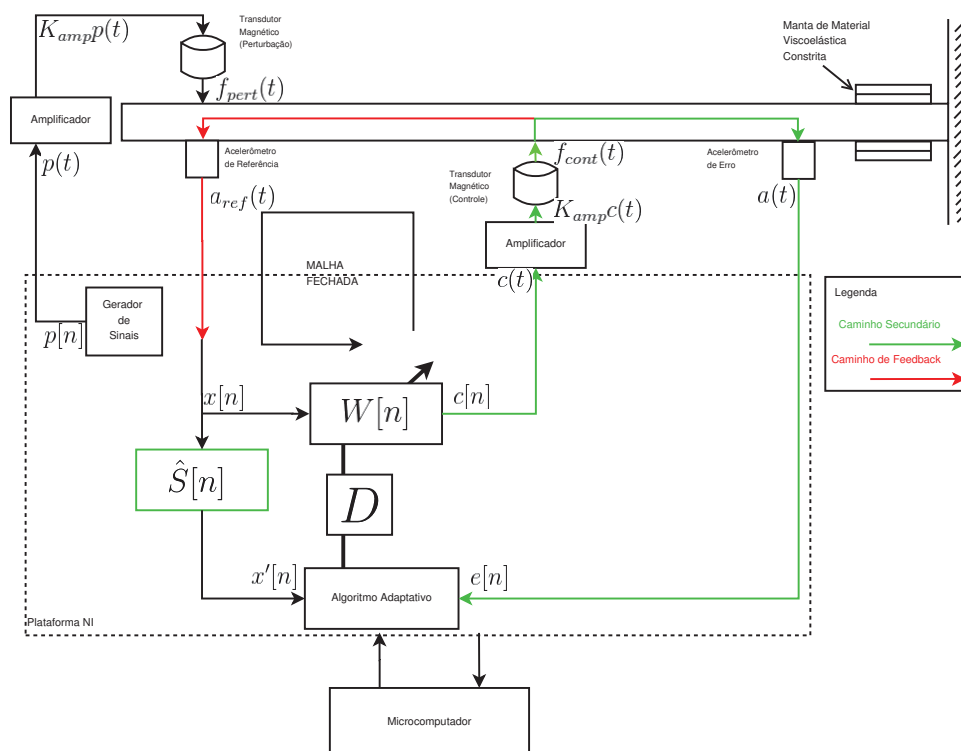
A constatação 1 está em concordância com o que é encontrado na literatura.

Já constatações 2 e 3 indicam algo novo. Em outras palavras, elas argumentam, que, tanto em simulações numéricas como em experimentos, o filtro de *feedback* prejudica a ação do controle ativo quando a viga está sob perturbação estocástica. Uma investigação mais detalhada disso é sugerida como trabalho futuro. Porém, são feitas abaixo algumas observações que podem fornecer pistas para iniciar o esclarecimento disto.

A viga em si é um sistema altamente passa banda, em torno de pequenos intervalos nas regiões de ressonância. Assim, para uma perturbação em banda, os sinais $a_{ref}[n]$ e $x[n]$ apresentarão espectros de potência bem coloridos. Isto acarretará uma convergência bem lenta do algoritmo adaptativo (FARHANG-BOROUJENY, 2013). Este efeito é aproximadamente dobrado quando o sinal $x[n]$ é filtrado pelo filtro de caminho secundário.

Já quando o filtro de *feedback* é desativado, uma malha fechada é criada como se observa na FIGURA 100. Assim o processo de adaptação não é o mesmo do que foi retratado no capítulo 3. Observa-se também que uma mudança nos coeficientes no filtro adaptativo gera uma mudança em polos na malha fechada citada.

FIGURA 100 – INTRODUÇÃO DE MALHA FECHADA NA DESATIVAÇÃO DO FILTRO DE FEEDBACK



FONTE: o autor.

A investigação da constatação 4 é sugerida como trabalho futuro.

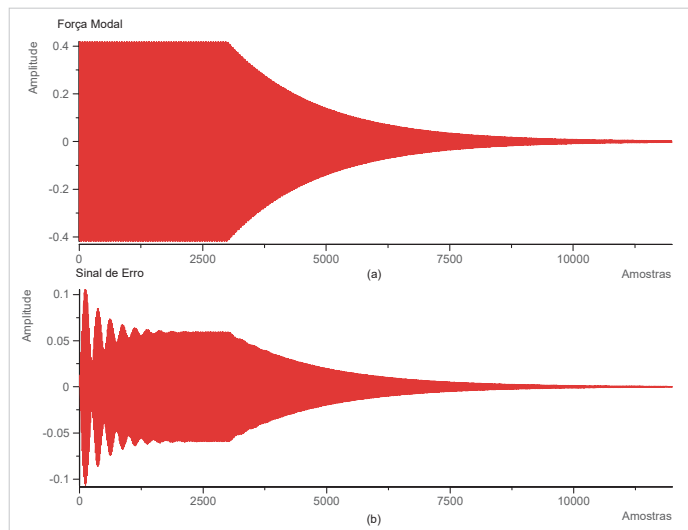
A constatação 5 pode ser explicada pelo fato que, em geral, o tempo de resposta de sistemas com maior amortecimento são menores. (NISE, 2015).

Suspeita-se que o comportamento indicado na constatação 6 é ocasionado pelo fato da segunda frequência natural da viga estar mais próxima da frequência de Nyquist da unidade de controle, uma descrição da relação entre estabilidade e frequência de amostragem em sistemas de controle pode ser encontrada em Ogata (1995). Já no tocante à constatação 7, argumenta-se que o controle com coeficientes otimizados do filtro adaptativo faz com que ele gere um sinal de controle otimizado desde o início de seu funcionamento. Este fato esclarece a constatação 7.

Um fato também observado, foi os valores atípicos do passo de adaptação μ que conduziam à convergência de controle ativo em qualquer situação. O habitual, em filtragem adaptativa, é que os valores do passo estejam entre 0,1 e 2, sendo que, nas simulações numéricas e nos ensaios experimentais, este valor alcançara no máximo, 0,1. Na sequência, é apresentada uma série de simulações numéricas, com sinais no domínio do tempo e no domínio da frequência, para esclarecer este fato.

A FIGURA 101 apresenta os sinais $e[n]$ e $f_{modal,1}$, relativas à simulação &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1&, com $f_n = 14Hz$, $\zeta = 0,0065$ e $\mu = 0,002$. Já a FIGURA 102 apresenta a transformada discreta de Fourier de $e[n]$ para seis intervalos de tempo especificados. O início da ação de controle ocorre na amostra de número 3000.

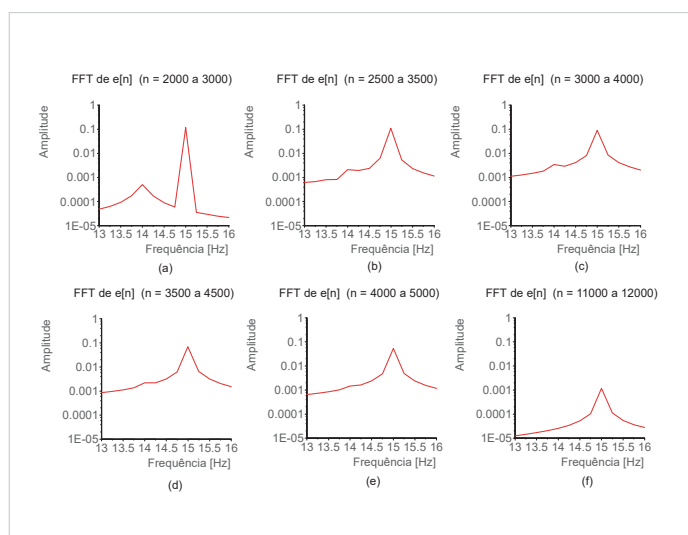
FIGURA 101 – SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO PARA $\mu = 0,002$ E $\zeta = 0,0065$



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Sinal da primeira força modal; (b) Sinal de erro.

FIGURA 102 – FFT DE $e[n]$ EM INTERVALOS ESPECIFICADOS PARA SIMULAÇÃO &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& ($\mu = 0,002$ E $\zeta = 0,0065$)

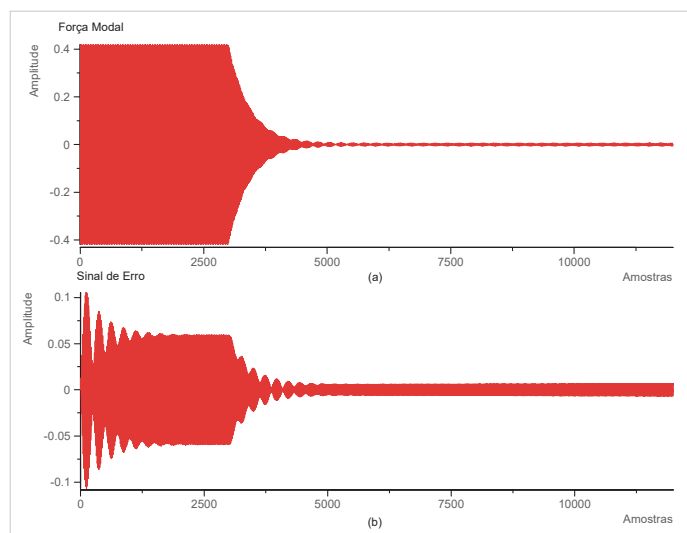


FONTE: o autor.

LEGENDA: Intervalos: (a) 2000 a 3000 (b) 2500 a 3500 (c) 3000 a 4000 (d) 3500 a 4500 (e) 4000 a 5000 (f) 11000 a 12000

A seguir FIGURA 103 apresenta os sinais $e[n]$ e $f_{modal,1}$ relativas à simulação &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& com $f_n = 14Hz$, $\zeta = 0,0065$ e $\mu = 0,009$. Já a FIGURA 104 apresenta a transformada discreta de Fourier de $e[n]$ para seis intervalos de tempo especificados. O início da ação de controle ocorre na amostra de número 3000.

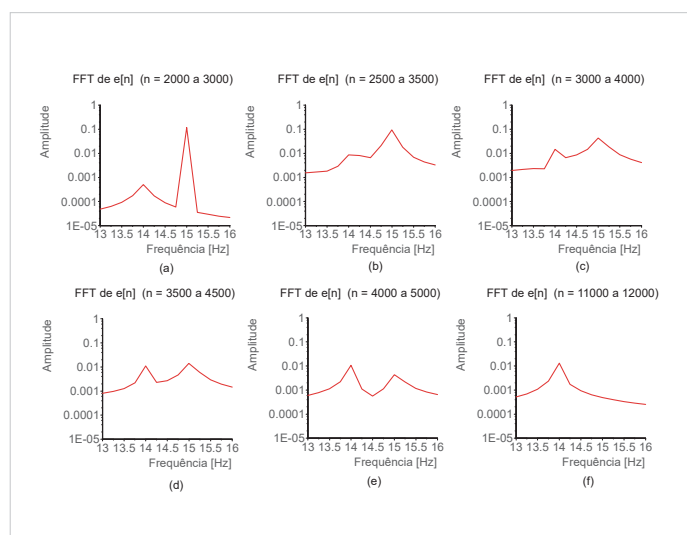
FIGURA 103 – SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO PARA $\mu = 0,009$ E $\zeta = 0,0065$



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Sinal da primeira força modal (b) Sinal de erro

FIGURA 104 – FFT DE $e[n]$ EM INTERVALOS ESPECIFICADOS PARA SIMULAÇÃO &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& ($\mu = 0,09$)

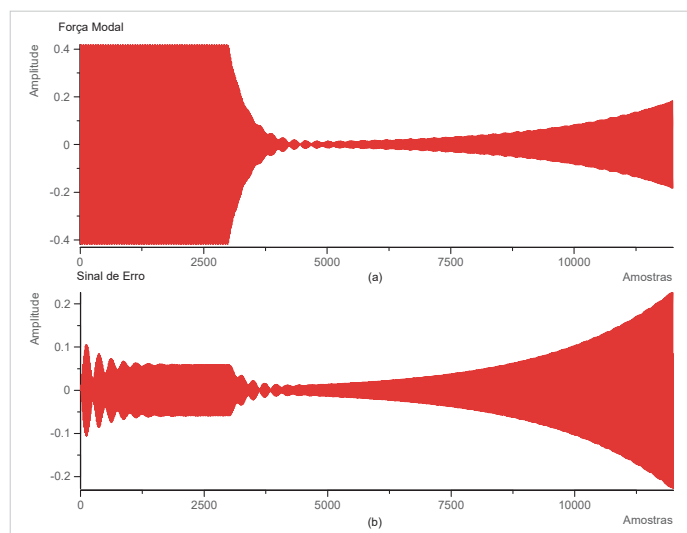


FONTE: o autor.

LEGENDA: Intervalos: (a) 2000 a 3000 (b) 2500 a 3500 (c) 3000 a 4000 (d) 3500 a 4500 (e) 4000 a 5000 (f) 11000 a 12000.

A FIGURA 105 apresenta os sinais $e[n]$ e $f_{modal,1}$ relativos à simulação &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& com $f_n = 14Hz$, $\zeta = 0,0065$ e $\mu = 0,0106$. Já a FIGURA 106 apresenta a transformada discreta de Fourier de $e[n]$ para seis intervalos de tempo especificados. O início da ação de controle ocorre na amostra de número 3000.

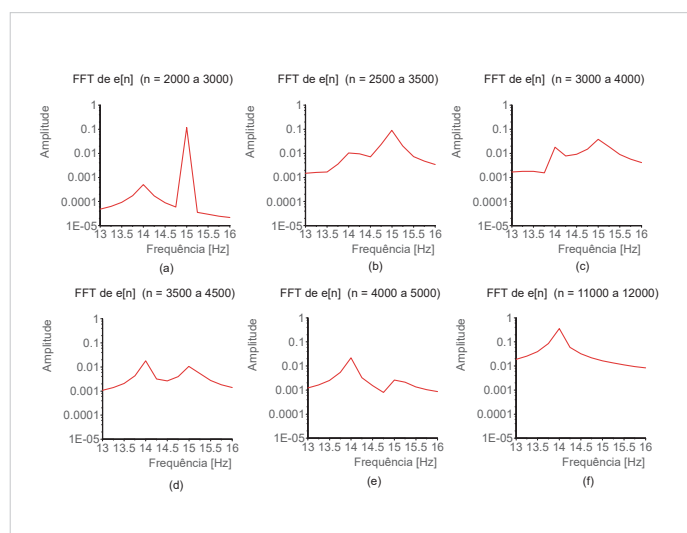
FIGURA 105 – SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO $\mu = 0,0106$ E $\zeta = 0,0065$



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Sinal da primeira força modal (b) Sinal de erro

FIGURA 106 – FFT DE $e[n]$ EM INTERVALOS ESPECIFICADOS PARA SIMULAÇÃO &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& ($\mu = 0,0106$)

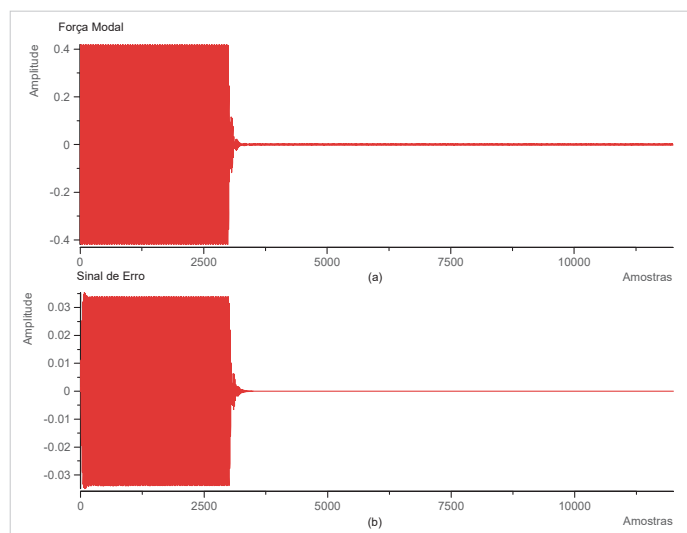


FONTE: o autor.

LEGENDA: Intervalos: (a) 2000 a 3000 (b) 2500 a 3500 (c) 3000 a 4000 (d) 3500 a 4500 (e) 4000 a 5000 (f) 11000 a 12000

A FIGURA 107 apresenta os sinais $e[n]$ e $f_{modal,1}$ relativos à simulação &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& com $f_n = 14Hz$, $\zeta = 0,1$ e $\mu = 0,1$. Já a FIGURA 108 apresenta a transformada discreta de Fourier de $e[n]$ para seis intervalos de tempo especificados. O início da ação de controle ocorre na amostra de número 3000.

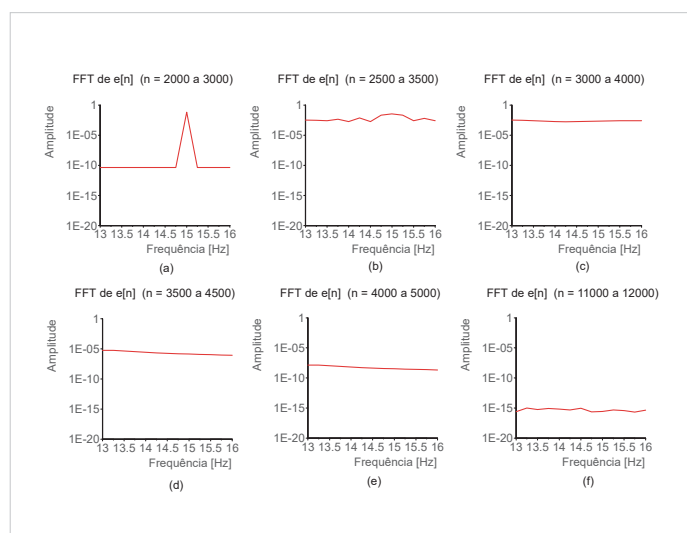
FIGURA 107 – SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO $\mu = 0,1$ E $\zeta = 0,1$



FONTE: o autor.

LEGENDA: (a) Sinal da primeira força modal (b) Sinal de erro

FIGURA 108 – FFT DE $e[n]$ EM INTERVALOS ESPECIFICADOS PARA SIMULAÇÃO &Sim_NVisc_Harm_R_M1_2500x1& ($\mu = 0,1$ E $\zeta = 0,1$)



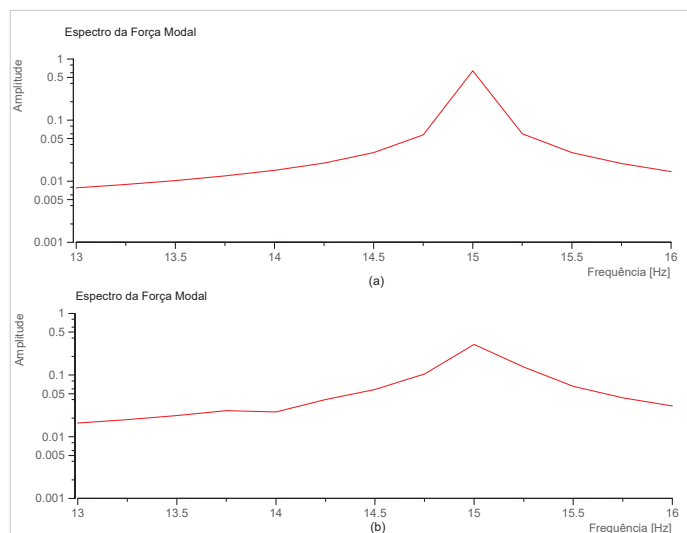
FONTE: o autor.

LEGENDA: Intervalos: (a) 2000 a 3000 (b) 2500 a 3500 (c) 3000 a 4000 (d) 3500 a 4500 (e) 4000 a 5000 (f) 11000 a 12000

A partir das FIGURAS 101 a 108, a explicação do comportamento do passo de adaptação, pode ser esclarecido da seguinte sequência forma:

- 1) Como a frequência de perturbação é próxima da primeira frequência natural, em geral, a resposta da viga dependerá apenas da entrada $f_{modal,1}[n]$, da função $h_{mck,1}[n]$ e da saída $r_1[n]$, onde $r_1[n]$ é o sinal deslocamento associada à primeira coordenada modal (vide FIGURA 41);
- 2) A redução repentina de $f_{modal,1}[n]$, conforme mostra a FIGURA 103 (a), gera o fenômeno de espalhamento espectral no domínio da frequência, com o espectro da força apresentando um valor significativo, mesmo que relativamente pequeno, na ressonância de $h_{mck,1}[n]$ (vide FIGURA 109). (O fenômeno de empalhamento espectral é a expansão de largura de banda do sinal quando ele apresenta um transiente agudo e repentino);
- 3) A FRF na ressonância, para sistemas mecânicos com baixo amortecimento, possui magnitude muito elevada, conforme mostra a FIGURA 66. Assim, com o espectro do sinal $f_{modal,1}[n]$ espalhado, $r_1[n]$ apresentará, em seu espectro, a componente de ressonância de $h_{mck,1}[n]$ conforme se observa na FIGURA 104;
- 4) Como o algoritmo FxNLMS, em sua essência, foi desenvolvido para agir com informações provenientes da fonte de perturbação, a nova componente no espectro de $r_1[n]$, provocada pela ação de controle, é, de certa forma, um obstáculo para o seu correto funcionamento;
- 5) Para passos de adaptação maiores, mais acentuado é o comportamento transiente de $f_{modal,1}[n]$, amplificando, assim, o grau de espalhamento espectral, que, por sua vez, amplifica a componente de ressonância de $h_{mck,1}[n]$ em $r_1[n]$. Isso pode, no limite, gerar instabilidade no processo de controle (vide FIGURA 105 e FIGURA 106);
- 6) Para passos de adaptação menores, mais suave é o comportamento transiente de $f_{modal,1}[n]$, reduzindo, assim, o grau de espalhamento espectral, que, por sua vez, reduz a componente de ressonância de $h_{mck,1}[n]$ em $r_1[n]$. Já isso, no limite, pode não gerar nenhum efeito ressonante significativo (vide FIGURA 101 e FIGURA 102);
- 7) Sistemas mecânicos com fatores de amortecimento mais significativos possuem uma magnitude de FRF na ressonância relativamente baixa. Desta forma, mesmo que o grau de espalhamento espectral seja alto $r_1[n]$ não apresentará a componente de ressonância de $h_{mck,1}[n]$ de forma tão significativa. Isto, obviamente, reduz o grau do efeito descrito acima. Assim, é possível, nesta circunstância, operar o sistema de controle ativo de forma estável, com passos maiores (vide FIGURA 107 e FIGURA 108).

FIGURA 109 – ESPALHAMENTO ESPECTRAL DAS FORÇAS MODAIS



FONTE: o autor.

NOTA: Para passos maiores, conforme (b), maior é o valor da componente na ressonância, 14 *Hz*, do sistema

LEGENDA: Espectro da força modal no intervalo 3000 a 4000 da (a) FIGURA 101; (b) FIGURA 103

A instabilidade descrita anteriormente será denominada de "instabilidade ressonante em controle ativo-adaptativo" e é abreviada por IRCAA.

Concluindo a presente seção, cabe sintetizar que, em termos práticos, no tocante a simulações numéricas, os resultados indicam que

- a melhor configuração para perturbações harmônicas é quando $K_{feed} = 1$;
- a melhor configuração para perturbações estocásticas é quando $K_{feed} = 0$;
- a configuração mais robusta é quando $K_{feed} = 0,9$, em que a ação de controle é razoável para perturbações estocásticas e excelente para perturbações harmônicas.

Já em ambiente experimental, os resultados indicam que

- a melhor configuração para perturbações harmônicas sem controle passivo é quando $K_{feed} = 0,2$, enquanto que com controle passivo por manta constrita de material viscoelástico, é quando $K_{feed} = 0$;
- a melhor configuração para perturbações estocásticas é quando $K_{feed} = 0$;
- a configuração mais robusta é quando $K_{feed} = 0$, em que a ação de controle é razoável para perturbações harmônicas e excelente para perturbações estocásticas.

Cabe ainda destacar que a adição de amortecimento contribuiu para o controle na redução do nível de vibração, e do tempo de resposta, além de, conforme se nota nas simulações

numéricas, permitir a expansão do limite do passo de adaptação μ , o que possibilita a realização de um controle mais veloz (vide FIGURA 107). Este último fato, que é muito importante, poderá ser investigado também experimentalmente, em trabalhos futuros.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As principais contribuições e conclusões desta dissertação são as seguintes:

- elaboração e implementação de modelo digital no domínio do tempo de controle ativo-adaptativo de vibrações (CAAV) em sistema linear com múltiplos graus de liberdade;
- implementação experimental de controle híbrido de vibrações em uma viga engastada-livre na faixa de operação linear;
- constatação, tanto em simulação numérica como em ambiente experimental, de que o filtro de *feedback* pode ser prejudicial no funcionamento do CAAV, quando a perturbação é em banda;
- obtenção de resultados numéricos e experimentais de CAAV para condições de perturbação harmônica e em banda, para diversos fatores de *feedback*;
- constatação do fenômeno instabilidade ressonante em controle ativo-adaptativo (IRCAA) em simulação numérica;

Como sugestões para trabalhos futuros, são oferecidas as seguintes:

- formular uma explicação detalhada, se possível pela via analítica, para o fato de, que em perturbação em banda, o filtro de caminho de *feedback* prejudica o funcionamento do controle ativo;
- estabelecer relação entre o limite de passo de adaptação que gera o IRCAA e o amortecimento do sistema sob controle;
- elaborar algoritmos adaptativos insensíveis ao fenômeno IRCAA;
- elaborar algoritmos robustos que, para um mesma configuração de parâmetros, execute o controle para qualquer classe de perturbação;
- realizar abordagem híbrida, em simulação e experimentos, com outras técnicas de controle passivo, como, por exemplo, isoladores e neutralizadores viscoelásticos;
- realizar abordagem híbrida, em simulação e experimentos, em ambiente com variação de temperatura;
- realizar experimentos através da plataforma FPGA, possibilitando execução de CAAV em frequências mais elevadas;
- estender a emulação de SMMGL para a mobilidade e inertância, sendo este último de suma importância pelo fato de que, no ambiente experimental, são empregados acelerômetros;

- adicionar, no ambiente de simulação, o modelo do tratamento de controle passivo em sua forma mais fidedigna, no tocante à descrição do comportamento viscoelástico;
- através do ajuste dos coeficientes iniciais de cada operador de atraso dos filtros digitais, possibilitar, na emulação de sistemas mecânicos, a opção de inserir condições iniciais de deslocamento e velocidade;
- estender a emulação digital de SMMGL para condições mais abrangentes de amortecimento, pelo uso da análise em espaço de estados;
- elaborar um algoritmo com a abordagem combinada *feedback-feedforward* para um sistema híbrido de controle de vibrações;
- fazer estudos, tanto em simulação numérica como em ensaios experimentais para outras perturbações que ocorrem frequentemente em ambiente prático, como, por exemplo, excitações periódicas em máquinas alternativas;
- estender o estudo para sistemas girantes, como, por exemplo, máquinas elétricas rotativas.

REFERÊNCIAS

COAN JR, J. **Controle Misto de Vibrações em Viga Metálica Utilizando Neutralizadores Viscoelásticos e Filtros Adaptativos : Caso Harmônico**. 2005. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. Citado 4 vezes nas páginas 22, 24, 27, 28.

ESSICK, J. **Hands-on introduction to LabVIEW for scientists and engineers**. [S.l.]: Oxford University Press, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 99, 170.

FARHANG-BOROUJENY, B. **Adaptive Filters : Theory and Applications**. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. ISBN 9781118591338. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=Fmf8TumgxEYC%7B%5C%7Dprintsec=frontcover%7B%5C%7Ddq=FARHANG-BOROUJENY,+B.+Adaptive+Filters%7B%5C%7Dhl=pt-BR%7B%5C%7Dsa=X%7B%5C%7Dredir%7B%5C%7Ddesc=y%7B%5C%7Dv=onepage%7B%5C%7Dq=FARHANG-BOROUJENY%7B%5C%7D2C%20B.%20Adaptive%20Filters%7B%5C%7Ddf=false>>. Citado 9 vezes nas páginas 82–85, 91, 136.

FULLER, C. R.; ELLIOTT, S. J.; NELSON, P. A. **Active Control of Vibration**. [S.l.]: Academic Press, 1996. ISBN 9780080525914. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=HGP4iGWhAdEC%7B%5C%7Dprintsec=frontcover%7B%5C%7Ddq=active+vibration+control+fuller%7B%5C%7Dhl=pt-BR%7B%5C%7Dsa=X%7B%5C%7Dved=0ahUKEwia3fyX7dvVAhXJf5AKHSCyB70Q6AEIJzAA%7B%5C%7Dv=onepage%7B%5C%7Dq=active%20vibration%20control%20fuller%7B%5C%7Ddf=false>>. Citado 6 vezes nas páginas 25, 27, 77–79.

GONTIJO, W. A. **Implementação e Avaliação de Desempenho de Algoritmos Adaptativos Aplicados em Controle Ativo de Vibrações**. 2008. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. Citado 3 vezes nas páginas 22, 27, 28.

HIBBELER, R. C.; FAN, S. C. **Mechanics of Materials**. [S.l.]: Prentice Hall, 2011. ISBN 9789810685096. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=E3GncQAACAAJ>>. Citado 2 vez na página 74.

HUDENSKI, R. A. **Projeto Ótimo de um Neutralizador Dinâmico Híbrido Eletro-Visco Elástico para Controle Passivo de Vibrações em Estrutura com Múltiplos Graus de Liberdade**. 2008. Diss. (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR. Disponível em: <<http://www.ppgem.ct.utfpr.edu.br/dissertacoes/HUDENSKI,%20Rodrigo%20Augusto.pdf>>. Citado 1 vez na página 28.

INMAN. **Vibration with Control**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007. p. 376. ISBN 0470010525. Citado 2 vezes nas páginas 62, 77.

INMAN, D. J. **Engineering Vibrations, International Edition**. [S.l.]: Pearson Education Limited, 2013. ISBN 9780273785217. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=PPuoBwAAQBAJ>>. Citado 2 vezes nas páginas 72, 75.

KATTIMANI, S. C.; RAY, M. C. Control of Geometrically Nonlinear Vibrations of Functionally Graded Magneto-Electro-Elastic Plates. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 99, p. 154–167, 2015. ISSN 00207403. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2015.05.012. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740315001927>>. Citado 1 vez na página 29.

KIM, S-M.; WANG, S.; BRENNAN, M. J. Dynamic Analysis and Optimal Design of a Passive and an Active Piezo-Electrical Dynamic Vibration Absorber. **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, n. 4, p. 603–614, 2011. ISSN 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2010.09.004. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X10005894>>. Citado 1 vez na página 29.

LAM, M. J.; INMAN, D. J.; SAUNDERS, W. R. Hybrid Damping Models Using the Golla-Hughes-McTavish Method with Internally Balanced Model Reduction and Output Feedback. **Smart Materials and Structures**, v. 9, n. 3, p. 362–371, 2000. ISSN 09641726. DOI: 10.1088/0964-1726/9/3/318. Disponível em: <https://www.engineeringvillage.com/blog/document.url?mid=cpx%7B%5C_%7D6817741%7B%5C%7Ddatabase=cpx>. Citado 1 vez na página 29.

LANDAU, I. D et al. **Adaptive and Robust Active Vibration Control**. Cham: Springer International Publishing, 2017. (Advances in Industrial Control). ISBN 978-3-319-41449-2. DOI: 10.1007/978-3-319-41450-8. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-41450-8>>. Citado 4 vezes nas páginas 79, 86, 91.

LATHI, B. P. **Linear Systems and Signals**. [S.l.]: Oxford University Press, 2005. (Oxford series in electrical and computer engineering). ISBN 9780195158335. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=7resQgAACAAJ>>. Citado 11 vezes nas páginas 23, 34–37, 44, 47, 57.

LU, J.; WANG, P.; ZHAN, Z. Active Vibration Control of Thin-Plate Structures with Partial SCLD Treatment. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 84, n. 2012, p. 531–550, 2017. ISSN 10961216. DOI: 10.1016/j.ymssp.2016.06.013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.06.013>>. Citado 1 vez na página 29.

MACIEL, G. P. R.; BARBOSA, R. S. TÉCNICAS PARA REDUÇÃO DA ORDEM DE SISTEMAS DINÂMICOS NA BASE MODAL. **Blucher Engineering Proceedings**, v. 2, n. 1, p. 514–530, 2015. Citado 1 vez na página 68.

MARRA, J. C. O. **Controle Híbrido de Vibrações em Estruturas sob Excitação de Banda Larga, Utilizando Neutralizador Viscoelástico e Filtro Adaptativo**. 2007. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. Citado 3 vezes nas páginas 22, 26, 27.

MARRA, J. C. O. et al. Hybrid Vibration Control under Broadband Excitation and Variable Temperature Using Viscoelastic Neutralizer and Adaptive Feedforward Approach. **Hindawi Shock and Vibration**, v. 2016, p. 1–12, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1155/2016/5375309>>. Citado 2 vezes nas páginas 26, 27.

MEAD, D. J. **Passive Vibration Control**. [S.l.]: John Wiley & Sons Inc, 1999. Citado 6 vezes nas páginas 91, 95–97.

NAGLE, R. K.; SAFF, E. B.; SNIDER, A. D. **Fundamentals of Differential Equations**. [S.l.]: Pearson, 2018. ISBN 9780321977069. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=rS48vgAACAAJ>>. Citado 1 vez na página 50.

NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. **Vibration Damping**. [S.l.]: Wiley, 1985. ISBN 0471867721. Citado 1 vezes nas páginas 95, 98.

NATIONAL INSTRUMENTS. **O que é o módulo LabVIEW Real-Time?** [S.l.: s.n.], 2019. [Online; acessado em 27-Janeiro-2019]. Disponível em: <<http://www.ni.com/pt-br/shop/data-acquisition-and-control/add-ons-for-data-acquisition-and-control/what-is-labview-real-time-module.html>>. Citado 1 vez na página 114.

NISE, N. S. **Control Systems Engineering, 7th Edition**. [S.l.]: Wiley, 2015. ISBN 9781118800829. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=BwTYBgAAQBAJ>>. Citado 1 vez na página 137.

OGATA, K. **Discrete-time control systems, 2th Edition**. [S.l.]: Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 39, 137.

PAPOULIS, A. **The Fourier Integral and Its Applications**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1962. Citado 1 vez na página 37.

PARANÁ, R. F. **Neutralizador Dinâmico Híbrido Eletro-Viscoelástico: Análise e Realização Experimental**. 2008. Diss. (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR. Citado 1 vez na página 28.

RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. [S.l.]: PRENTICE HALL, 2016. ISBN 9780134361307. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=t6gHswEACAAJ>>. Citado 3 vezes nas páginas 21, 62, 98.

SCHWARZ, R. L. **Eficácia de Controle Híbrido (Passivo-Adaptativo) de Vibrações em Sistema com um Grau de Liberdade Sob Excitação Variável**. 2016. f. 1–88. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR. Citado 2 vezes nas páginas 22, 29.

TRINDADE, M. A. Experimental Analysis of Active-Passive Vibration Control using Viscoelastic Materials and Extension and Shear Piezoelectric Actuators. **Journal of Vibration and Control**, v. 17, n. 6, p. 917–929, 2011. ISSN 1077-5463. DOI: 10.1177/1077546309356042. Citado 1 vez na página 28.

VARADAN, V. V.; LIM, Y-H. Closed Loop Finite-Element Modeling of Active/Passive Damping in Structural Vibration Control. **Smart Materials and Structures**, v. 5, n. 5, p. 685–694, 1996. ISSN 0964-1726. DOI: 10.1088/0964-1726/5/5/016. Disponível em: <http://iopscience.iop.org/0964-1726/5/5/016/pdf/0964-1726%7B%5C_%7D5%7B%5C_%7D5%7B%5C_%7D016.pdf>. Citado 1 vez na página 27.

VASQUES, C. M. A.; RODRIQUES, J. D. Numerical and Experimental Comparison of the Adaptive Feedforward Control of Vibration of a Beam with Hybrid Active-Passive Damping Treatments. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 19, n. 7, p. 805–813, 2007. ISSN 1045-389X. DOI: 10.1177/1045389X07081095. Disponível em: <<http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-45849087257%7B%5C%7DpartnerID=tZ0tx3y1>>. Citado 1 vez na página 28.

WIKIPÉDIA. **Função logística — Wikipédia, a enciclopédia livre**. [S.l.: s.n.], 2018. [Online; acessado 31-outubro-2018]. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Fun%C3%A7%C3%A3o_log%C3%ADstica&oldid=53486165>. Citado 1 vez na página 97.

WIKIPEDIA CONTRIBUTORS. **Signal — Wikipedia, The Free Encyclopedia**. [S.l.: s.n.], 2019. [Online; acessado em 27-Janeiro-2019]. Disponível em: <<https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Signal&oldid=877827458>>. Citado 1 vez na página 22.

ZHANG, D.; ZHENG, L. Active Vibration Control of Plate Partly Treated with ACLD Using Hybrid Control. **International Journal of Aerospace Engineering**, v. 2014, 2014. ISSN 16875974. DOI: 10.1155/2014/432970. Citado 1 vez na página 28.

APÊNDICES

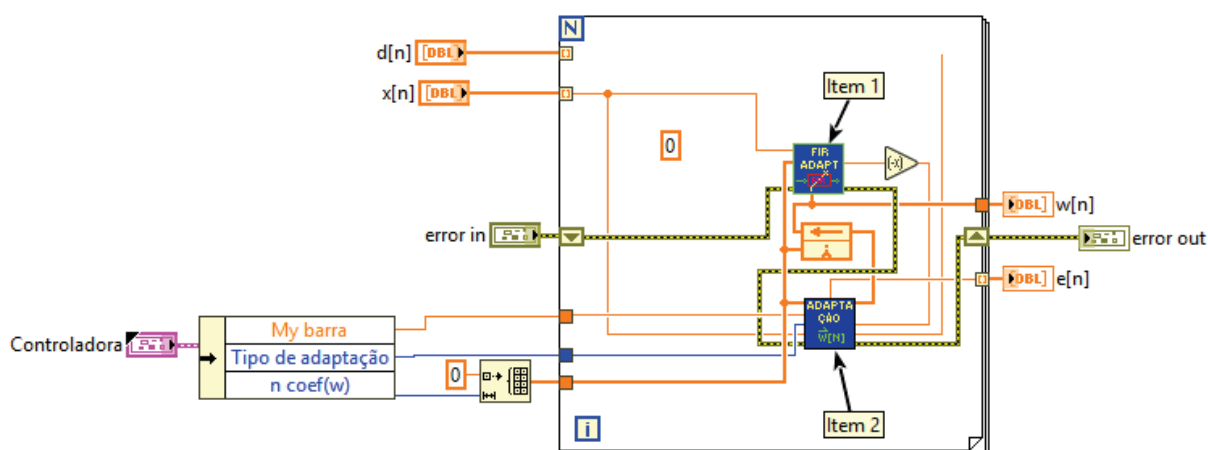
APÊNDICE A – DIAGRAMAS DE BLOCOS EM LABVIEW

Encontra-se neste apêndice a descrição dos diagramas de blocos em LabVIEW para identificação de sistema e controle ativo de vibração.

A.1 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMA

A FIGURA A.1 mostra o diagrama de blocos para identificação offline, onde o item 1 corresponde a subVI do algoritmo de adaptação dos coeficientes e o item 2 à subVI do algoritmo do filtro adaptativo.

FIGURA A.1 – DIAGRAMA DE BLOCOS DO ALGORITMO PARA IDENTIFICAÇÃO OFFLINE EM LABVIEW

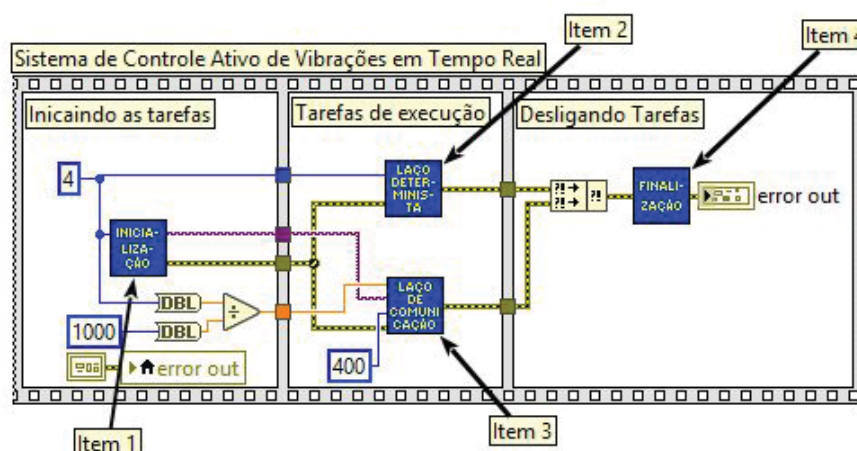


FONTE: o autor.

A.2 CONTROLE ATIVO

A FIGURA A.2 ilustra o diagrama de blocos do VI para controle ativo de vibrações em tempo real, via CompactRIO.

FIGURA A.2 – DIAGRAMA DE BLOCOS DO ALGORITMO PARA CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES EM LABVIEW

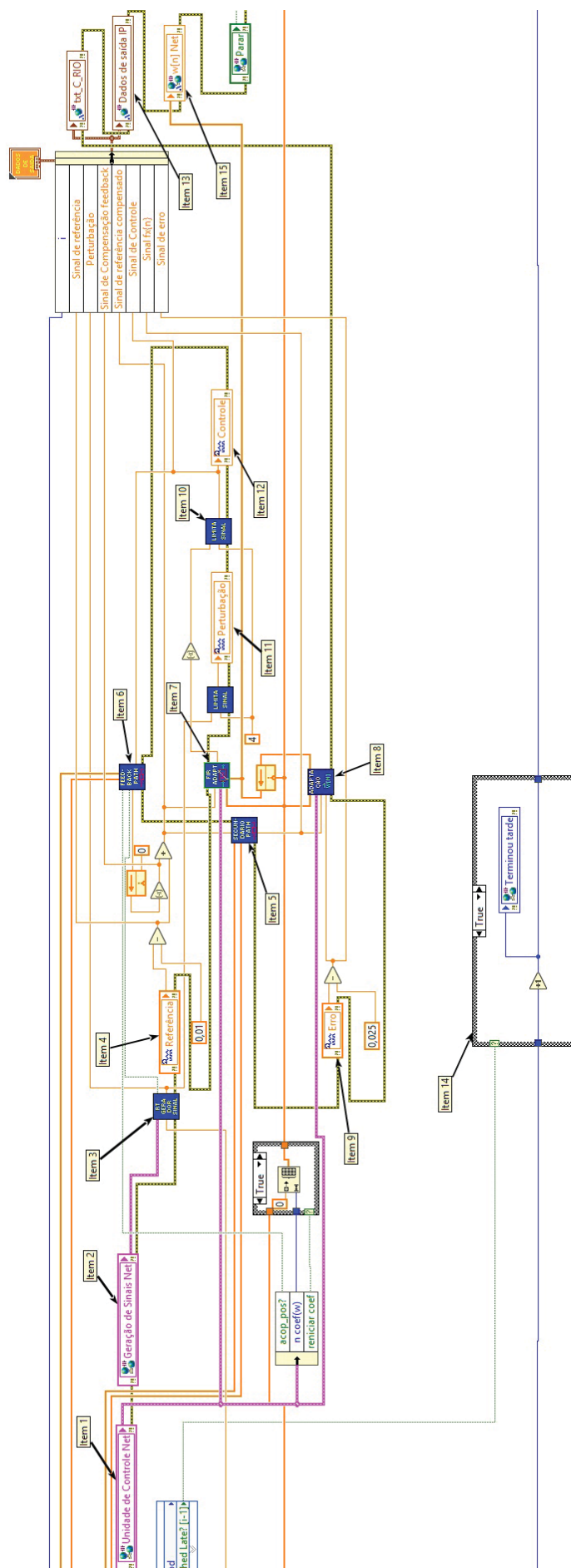


FONTE: o autor.

A lista abaixo explica cada item indicado na FIGURA A.2. São eles

- item 1, subVI de inicialização das variáveis do projeto;
- item 2, subVI que contém o laço responsável pela execução do algoritmo da FIGURA 71 (laço determinista);
- item 3, subVI que contém o laço que executa a comunicação com o computador hospedeiro (laço de comunicação, ou não determinista);
- item 4, subVI de finalização e desligamento seguro de todas as tarefas;

O diagrama de blocos da subVI do item 2 da lista acima é apresentado na FIGURA A.3. Esse diagrama contém o laço determinista (ou seja, de prioridade máxima), que executa as ações de controle (ou seja, recebe os sinais dos sensores, processa esses sinais pelo algoritmo pertinente e gera os sinais de controle para os atuadores).



FONTE: o autor.

A lista abaixo explica cada item indicado na FIGURA A.3. São eles

- item 1, leitura dos parâmetros de controle fornecidos pelo usuário;
- item 2, leitura dos parâmetros da perturbação fornecidos pelo usuário;
- item 3, subVI que gera o sinal de perturbação $p[n]$;
- item 4, leitura do sinal de aceleração de referência $a_{ref}[n]$;
- item 5, subVI que executa a filtragem do filtro de caminho secundário $\hat{S}[n]$;
- item 6, subVI que executa a filtragem do filtro de caminho de *feedback* $\hat{F}[n]$;
- item 7, subVI que executa a filtragem do filtro adaptativo $W[n]$;
- item 8, subVI que adapta os coeficientes do filtro adaptativo $W[n]$;
- item 9, leitura do sinal de aceleração de erro $a_{erro}[n] = e[n]$;
- item 10, SubVI que restringe o valor do módulo do sinal a um valor real (esta subVI é um mecanismo de segurança do sistema);
- item 11, transmissão do sinal de perturbação $p[n]$ para o amplificador do atuador de perturbação;
- item 12, transmissão do sinal de controle $c[n]$ para o amplificador do atuador de controle;
- item 13, transmissão dos sinais do processo para o laço de comunicação;
- item 14, estrutura que conta quantas vezes o VI realizou a tarefa fora do seu período de trabalho T_{det} (tempo de ciclo do laço determinista);
- item 15, transmissão dos coeficientes do filtro adaptativo para o computador (sem uso de buffer, pois não existe a necessidade de adquirir todas as amostras do vetor $\mathbf{w}[n]$ ao longo do tempo).

Um fato importante a ser notado aqui é que o período de amostragem do CAAV é definido por T_{det} , e, portanto, a frequência de amostragem é $f_{det} = 1/T_{det}$.

APÊNDICE B – SIMULAÇÕES E EXPERIMENTOS - TABULAÇÕES DE RESULTADOS

Encontra-se neste apêndice a tabulação de resultados de todos os experimentos e simulações. A TABELA 11 que possui a simbologia das *tags* é repetidas aqui por conveniência.

TABELA B.1 – TAGS E SEU SIGNIFICADO NA ESPECIFICAÇÃO DE RESULTADOS

Campo	Tag	Significado
1	Sim	Simulação numérica
1	Exp	Ensaio experimental
2	NVisc	Sem controle passivo
2	Visc	Controle passivo manta viscoelástica sem constrição
2	ViscC	Controle passivo manta viscoelástica com constrição
3	Harm	Perturbação harmônica
3	Band	Perturbação em banda
4	R	Na ressonância
4	PR	Perto da ressonância
5	M1	1 ° modo de vibrar
5	M2	2 ° modo de vibrar
5	M1-2	1 ° e 2 ° modo de vibrar
6	$N_{feed} \times K_{feed}$	Número de coeficientes do filtro de <i>feedback</i> seguido do fator de <i>feedback</i>
6	$N_{feed} \times j\omega$	Número de coeficientes do filtro de <i>feedback</i> com filtro de <i>feedback</i> multiplicado por janela

FONTE: o autor.

Além das *tags* apresentada no corpo da dissertação, foram atribuídas também *tags* para compactar a análise dos resultados. A TABELA B.2 mostra o significado destas *tags*.

TABELA B.2 – TAGS E SEUS SIGNIFICADOS- PARÂMETROS DE ANÁLISE DE RESULTADOS

Campo	Tag	Significado
1	%R	Valor percentual atribuído para o resultado alvo
2	T	Valor de T_{conv} medido
3	K	Valor de K_{red} medido
4	O	Oscilação
5	Nul	Nula
5	A	Alta
5	M	Média
5	B	Baixa
6	P	Permanente
6	T	Transiente
6	I	Instável

FONTE: o autor.

Assim, a tag &%90_T10,2_K185dB_O_A_I& significa um resultado com K_{conv} de 90%, tempo de convergência de 10,2 s, fator de redução de 185dB, e forma de onda com oscilações altas e instáveis. Como se observa os símbolos & também são empregados, neste caso, na designação de tags.

A TABELA B.3 apresenta o conjunto de resultados de &Sim_NVisc_#_#_#_#& relativos as etapas 1 e 2.

TABELA B.3 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_NVisc_#_#_#_#&, ETAPAS 1 E 2

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	%R90 T10,2 K184dB O_Nul	%R90 T14,7 K169dB O_Nul	%R90 T11,2 K183dB O_Nul	%R90 T13,7 K175dB O_Nul	%R30 T36,6 K16dB O_M_P	%R30 T37,6 K11,9dB O_M_P	%R30 T68 K14dB O_M_P
2500 x0,9	%R90 T10,6 K185dB O_Nul	%R90 T14,9 K163dB O_Nul	%R90 T11,2 K183dB O_Nul	%R90 T14 K173dB O_Nul	%R40 T49,6 K17,8dB O_B_P	%R40 T18,1 K15,6dB O_B_P	%R40 T21,6 K18,1dB O_B_P
2500 x0,5	%R90 T10,4 K185dB O_Nul	%R90 T80,2 K30,4dB O_A_T	%R90 T11,5 K182dB O_Nul	%R90 T68,3 K58,1dB O_A_T	%R70 T10,5 K19,9dB O_B_P	%R70 T60,2 K18,4dB O_B_P	%R70 T39,8 K20,4dB O_B_P
2500 x0,2	%R90 T10,6 K185dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_P	%R90 T12,2 K38,9dB O_A_I	%R90 T60,1 K28,6dB O_A_P	%R80 T14,1 K21,8dB O_B_P	%R80 T10,8 K24,2dB O_B_P	%R80 T15,3 K22,9dB O_B_P
2500 x0,1	%R90 T10,8 K182dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_P	%R90 T56,4 K32,2dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_P	%R80 T27,8 K27dB O_B_T	%R80 T56,1 K24,7dB O_B_T	%R80 T16,3 K25,1dB O_Nul
2500 x0	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R80 T19,3 K28,9dB O_B_T	%R80 T27 K28,6dB O_Nul	%R80 T25,3 K29,8dB O_Nul
100 x1	%R90 T10,5 K185dB O_Nul	%R90 T29,1 K145dB O_A_I	%R90 T11,2 K183dB O_Nul	%R90 T52,3 K92,5dB O_M_I	%R70 T15,9 K16dB O_B_P	%R70 T20,8 K15,8dB O_B_T	%R70 T80,3 K18,6dB O_B_P
100 xjan	%R90 T10,7 K183dB O_Nul	%R90 T42,6 K114dB O_A_T	%R90 T11,8 K175dB O_Nul	%R90 T29,3 K34,9dB O_A_I	%R80 T13,4 K19,1dB O_B_P	%R80 T95,4 K19,4 dBO_B_P	%R80 T140 K18,3dB O_B_P

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.4 apresenta o conjunto de resultados de &Sim_NVisc_#_#_#_#& relativos às etapas 3 e 4.

TABELA B.4 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_NVisc_#_#_#_#&, ETAPAS 3 E 4

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	%R90 T10,5 K185dB O_Nul	%R90 T10,6 K185dB O_Nul	%R90 T9,76 K187dB O_Nul	%R90 T9,76 K187dB O_Nul	%R30 T2,36 K17,9dB O_M_P	%R30 T4,96 K13,7dB O_M_P	%R30 T6,02 K16,7dB O_M_P
2500 x0,9	%R90 T10,2 K186dB O_Nul	%R90 T16,2 K168dB O_Nul	%R90 T9,68 K187dB O_Nul	%R90 T10 K186dB O_Nul	%R40 T7,24 K17,2dB O_B_P	%R40 T9,28 K19,8dB O_B_P	%R40 T2,32 K22dB O_B_P
2500 x0,5	%R90 T9,57 K187dB O_Nul	%R90 T11,1 K152dB O_Nul	%R90 T9,52 K187dB O_Nul	%R90 T10,7 K173dB O_Nul	%R70 T5 K25dB O_B_P	%R70 T4,76 K26,8dB O_B_P	%R70 T4,78 K23,4dB O_B_P
2500 x0,2	%R90 T9,33 K188dB O_Nul	%R90 T89,9 K15,9dB O_A_I	%R90 T9,98 K166dB O_Nul	%R90 T17,4 K99,3dB O_A_I	%R80 T6,9 K27,8dB O_B_P	%R80 T10,7 K28,4dB O_B_P	%R80 T8,04 K32,2dB O_B_P
2500 x0,1	%R90 T9,33 K188dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T9,88 K118dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_I	%R80 T6,32 K35,4dB O_B_P	%R80 T6,57 K32,3dB O_B_P	%R80 T6,5 K35,7dB O_B_P
2500 x0	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R80 T6,46 K40dB O_B_P	%R80 T7,14 K43dB O_B_P	%R80 T5,66 K38,8dB O_B_P
100 x1	%R90 T9,88 K186dB O_Nul	%R90 T10,7 K184dB O_Nul	%R90 T9,74 K187dB O_Nul	%R90 T10,2 K185dB O_Nul	%R80 T5,24 K20,5dB O_B_P	%R80 T8,31 K20,8dB O_B_P	%R80 T4,76 K22,7dB O_B_P
100 xjan	%R90 T9,83 K186dB O_Nul	%R90 T10,1 K186dB O_Nul	%R90 T9,88 K186dB O_Nul	%R90 T10,6 K185dB O_Nul	%R80 T5,84 K22,8dB O_B_P	%R80 T8,45 K21,1dB O_B_P	%R80 T11,5 K22,8dB O_B_P

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.5 apresenta o conjunto de resultados de &Sim_Visc_#_#& relativos às etapas 1 e 2.

TABELA B.5 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_Visc_#_#_#_#&, ETAPAS 1 E 2

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,9	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,5	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,2	%R90 T10,7 K184dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_T	%R90 T11,5 K174dB O_Nul	%R90 T71,6 K102dB O_A_T	-----	-----	-----
2500 x0,1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0	-----	-----	-----	-----	%R80 T24 K28,8dB O_B_P	%R80 T58,8 K26,5dB O_B_P	%R80 T30,2 K28,5dB O_B_P
100 x1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
100 xjan	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.6 apresenta o conjunto de resultados de &Sim_Visc_#_#_#_#& relativos às etapas 3 e 4.

TABELA B.6 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_Visc_#_#_#_#&, ETAPAS 3 E 4

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,9	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,5	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,2	%R90 T9,31 K188dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_Nul	%R90 T9,34 K188dB O_Nul	%R90 T14,1 K102dB O_Nul	-----	-----	-----
2500 x0,1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0	-----	-----	-----	-----	%R80 T6,33 K38,2dB O_B_P	%R80 T7,01 K37,8dB O_B_P	%R80 T7,22 K41,3dB O_B_P
100 x1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
100 xjan	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.7 apresenta o conjunto de resultados de &Sim_ViscC_#_#_#_#& relativos às etapas 1 e 2.

TABELA B.7 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_ViscC_#_#_#_#&, ETAPAS 1 E 2

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	%R90 T10,5 K185dB O_Nul	%R90 T14,2 K172dB O_Nul	%R90 T10,6 K185dB O_Nul	%R90 T13,8 K175dB O_Nul	%R30 T23,9 K13,8dB O_M_P	%R30 T21,2 K11,9dB O_M_P	%R30 T47,9 K14,4dB O_M_P
2500 x0,9	%R90 T10,4 K185dB O_Nul	%R90 T10,7 K185dB O_Nul	%R90 T10,6 K185dB O_Nul	%R90 T14,1 K173dB O_Nul	%R30 T58,6 K13,1dB O_B_P	%R30 T18,9 K15,5dB O_B_P	%R30 T5,11 K12,8dB O_B_P
2500 x0,5	%R90 T10,5 K185dB O_Nul	%R90 T53,8 K85dB O_A_I	%R90 T11,1 K184dB O_Nul	%R90 T33,8 K85,7dB O_A_I	%R60 T18,8 K18,4dB O_B_P	%R60 T12,7 K18dB O_B_P	%R60 T44 K17,8dB O_B_P
2500 x0,2	%R90 T10,9 K184dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_P	%R90 T11,8 K187dB O_Nul	%R90 T20,3 K33,7dB O_A_P	%R80 T36,7 K22,3dB O_B_P	%R80 T22,7 K19,7dB O_B_P	%R80 T57,8 K23,4dB O_B_P
2500 x0,1	%R90 T11,1 K153dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T12,2 K109dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_I	%R80 T38,3 K23dB O_B_P	%R80 T19,4 K24,4dB O_B_P	%R80 T124 K20,6dB O_B_P
2500 x0	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R80 T18,4 K25,4dB O_B_P	%R80 T23 K24,7dB O_B_P	%R80 T38,4 K25,1dB O_B_P
100 x1	%R90 T10,7 K185dB O_Nul	%R90 T34,9 K186dB O_A_I	%R90 T11 K184dB O_Nul	%R90 T12,8 K180dB O_Nul	%R60 T17,6 K15,3dB O_B_P	%R60 T63,2 K14,4dB O_B_P	%R80 T23,9 K13,1dB O_B_P
100 xjan	%R90 T11 K181dB O_Nul	%R90 T27,2 K186dB O_A_I	%R90 T11,6 K187dB O_Nul	%R90 T30 K142dB O_A_I	%R60 T8,52 K16,8dB O_B_P	%R60 T20 K19,2 dBO_B_P	%R60 T17,9 K19dB O_B_P

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.8 apresenta o conjunto de resultados de &Sim_ViscC_#_#_#_#& relativos às etapas 3 e 4.

TABELA B.8 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Sim_ViscC_#_#_#_#&, ETAPAS 3 E 4

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	%R90 T9,93 K186dB O_Nul	%R90 T9,98 K186dB O_Nul	%R90 T9,5 K187dB O_Nul	%R90 T9,5 K187dB O_Nul	%R30 T4,92 K15,8dB O_M_P	%R30 T0,248 K14,8dB O_M_P	%R30 T1,49 K16,2dB O_M_P
2500 x0,9	%R90 T9,79 K187dB O_Nul	%R90 T10,7 K185dB O_Nul	%R90 T9,45 K187dB O_Nul	%R90 T9,65 K187dB O_Nul	%R30 T1,38 K15,3dB O_B_P	%R30 T2,39 K18,1dB O_B_P	%R30 T2,93 K17dB O_B_P
2500 x0,5	%R90 T9,44 K187dB O_Nul	%R90 T11,3 K157dB O_A_I	%R90 T9,31 K188dB O_Nul	%R90 T11,7 K167dB O_A_T	%R60 T4,63 K23dB O_B_P	%R60 T3,48 K20,7dB O_B_P	%R60 T9,64 K20dB O_B_P
2500 x0,2	%R90 T9,3 K188dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_T	%R90 T9,39 K187dB O_Nul	%R90 T8,5 K31,9dB O_A_I	%R80 T10,6 K27,5dB O_B_P	%R80 T7,17 K31,3dB O_B_P	%R80 T6,82 K29,4dB O_B_P
2500 x0,1	%R90 T9,46 K185dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T13,2 K129dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R80 T5,76 K32,4dB O_B_P	%R80 T7,48 K30,2dB O_B_P	%R80 T7,07 K32,4dB O_B_P
2500 x0	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_T	%R90 T# K#dB O_A_I	%R80 T6,31 K39dB O_B_P	%R80 T8,92 K38,3dB O_B_P	%R80 T8,22 K38,2dB O_B_P
100 x1	%R90 T9,71 K187dB O_Nul	%R90 T9,94 K186dB O_Nul	%R90 T9,42 K187dB O_Nul	%R90 T10,5 K182dB O_Nul	%R60 T3,72 K20,4dB O_B_P	%R80 T6,52 K18,4dB O_B_P	%R80 T4,49 K16,2dB O_B_P
100 xjan	%R90 T9,66 K187dB O_Nul	%R90 T10,2 K186dB O_Nul	%R90 T9,41 K187dB O_Nul	%R90 T10,1 K186dB O_Nul	%R80 T3,66 K21dB O_B_P	%R80 T11,9 K22,8dB O_B_P	%R80 T4,59 K20,1dB O_B_P

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.9 apresenta o conjunto de resultados de &Exp_NVisc_#_#_#_#& relativos às etapas 1 e 2.

TABELA B.9 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_NVisc_#_#_#_#&, ETAPAS 1 E 2

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	%R90 T14,6 K47,7dB O_B_T	%R90 T19,1 K33,9dB O_Nul	%R90 T31,5 K44,8dB O_M_T	%R90 T17 K38,6 O_B_P	%R80 T# K# O_A_P	%R80 T# K# O_A_P	%R80 T# K# O_A_P
2500 x0,9	%R90 T16,1 K62,5dB O_B_T	%R90 T16 K28,3dB O_Nul	%R90 T# K# O_A_P	%R90 T44,1 K32,3dB O_A_T	%R80 T# K# O_A_P	%R80 T# K# O_A_P	%R80 T# K# O_A_P
2500 x0,5	%R90 T12,1 K66,7dB O_B_T	%R90 T12,6 K32,9dB O_Nul	%R90 T11,4 K31,6dB O_B_P	%R90 T72,1 K39dB O_A_T	%R50 T4,92 K12,3dB O_M_P	%R80 T# K# O_M_P	%R50 T4,75 K14,3 dB O_M_P
2500 x0,2	%R90 T11,6 K57,8dB O_B_T	%R90 T13,5 K33,9dB O_Nul	%R90 T12,6 K32,6dB O_B_P	%R90 T33,9 K55,1dB O_A_T	%R80 T26,4 K25,4dB O_B_P	%R80 T18,2 K23,7dB O_B_P	%R50 T6,26 K24,7dB O_B_P
2500 x0,1	%R90 T25,7 K38,6 dB O_B_P	%R90 T13,2 K36,4dB O_Nul	%R90 T12,7 K78,1dB O_Nul	%R80 T53,2 K22,5dB O_A_T	%R80 T16,5 K29,4dB O_B_P	%R80 T11,9 K26,7dB O_B_P	%R80 T21,1 K28,3dB O_B_P
2500 x0	%R90 T13,5 K58,9dB O_B_T	%R90 T16,4 K27dB O_B_T	%R90 T13,8 K41,5dB O_Nul	%R90 T70,4 K26,4dB O_A_T	%R80 T8,91 K26,6dB O_B_P	%R80 T11,3 K27,5dB O_B_P	%R80 T17,5 K22,4dB O_B_P
100 x1	%R90 T10,3 K60,3dB O_Nul	%R90 T18,2 K26,6dB O_Nul	%R90 T# K# O_A_P	%R90 T# K# O_A_P	%R80 T7,92 K31,7dB O_B_P	%R80 T# K# O_A_I	%R80 T# K18,7dB O_M_T
100 xjan	%R90 T10,6 K56,6dB O_B_T	%R90 T14,6 K28,2dB O_Nul	%R90 T# K# O_A_P	%R90 T# K# O_A_P	%R80 T10,4 K29,5dB O_B_P	%R80 T86,1 K12,3dB O_A_I	%R80 T68,5 K20,3dB O_M_I

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.10 apresenta o conjunto de resultados de &Exp_NVisc_#_#_#_#& relativos às etapas 3 e 4.

TABELA B.10 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_NVisc_#_#_#_#&, ETAPAS 3 E 4

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	%R90 T13,9 K54,1dB O_B_T	%R90 T11,5 K48,7dB O_Nul	%R90 T41,2 K43,4dB O_A_T	%R90 T20,4 K33,7dB O_B_P	%R80 T# K# O_A_P	%R80 T# K# O_A_P	%R80 T# K# O_A_P
2500 x0,9	%R90 T14 K63,7dB O_B_T	%R90 T13,2 K29,1dB O_Nul	%R80 T# K# O_B_P	%R90 T# K32,3dB O_B_P	%R80 T# K# O_A_P	%R80 T# K# O_A_P	%R80 T# K# O_A_P
2500 x0,5	%R90 T9,91 K66dB O_B_T	%R90 T10,8 K34,1dB O_Nul	%R90 T28,9 K28,6dB O_M_P	%R90 T15,4 K27,1dB O_B_P	%R50 T8,27 K14,2dB O_M_P	%R80 T# K# O_M_P	%R50 T6,58 K15,7dB O_M_P
2500 x0,2	%R90 T10 K57,7dB O_Nul	%R90 T10,2 K34,3dB O_Nul	%R90 T13 K33dB O_M_P	%R90 T25,7 K62,5dB O_M_T	%R80 T12,6 K27,7dB O_B_P	%R80 T5,84 K25,6dB O_B_P	%R50 T5,38 K24,7dB O_B_P
2500 x0,1	%R90 T11,2 K63,2dB O_B_T	%R90 T9,98 K38 dB O_Nul	%R90 T11,8 K42,6dB O_B_P	%R80 T9,74 K20,3dB O_Nul	%R80 T9,29 K27,6dB O_B_P	%R80 T9,56 K28,56dB O_B_P	%R80 T7,24 K29,5dB O_B_P
2500 x0	%R90 T9,86 K55,6dB O_Nul	%R90 T11,8 K26,8dB O_Nul	%R90 T10,1 K41,8dB O_B_P	%R90 T42,2 K22,1 O_B_T	%R80 T5,48 K28,3dB O_B_P	%R80 T6 K32,4dB O_B_P	%R80 T5,78 K25,1dB O_B_P
100 x1	%R90 T10,3 K58,3dB O_Nul	%R90 T13 K26,4dB O_Nul	%R90 T# K? O_Nul	%R90 T# K# O_A_P	%R80 T6,07 K28,9 O_B_P	%R80 T# K# O_A_I	%R80 T11,9 K16,5dB O_M_P
100 xjan	%R90 T9,85 K57,5dB O_Nul	%R90 T11,5 K28,8dB O_Nul	%R90 T# K? O_Nul	%R90 T# K# O_A_P	%R80 T24,7 K29,5dB O_B_P	%R80 T7,64 K21dB O_A_I	%R80 T150 K20,1dB O_M_I

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.11 apresenta o conjunto de resultados de &Exp_Visc_#_#_#_#& relativos às etapas 1 e 2.

TABELA B.11 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_Visc_#_#_#_#&, ETAPAS 1 E 2

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,9	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,5	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,2	%R90 T10,4 K93dB O_B_T	%R90 T13,9 K39,3dB O_Nul	%R90 T100 K28,2dB O_M_P	%R90 T20,3 K52,5dB O_M_I	-----	-----	-----
2500 x0,1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0	-----	-----	-----	-----	%R70 T14,1 K12dB O_B_P	%R70 T29,7 K16,5dB O_B_P	%R70 T35,6 K17dB O_B_P
100 x1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
100 xjan	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.12 apresenta o conjunto de resultados de &Exp_Visc_#_#_#_#& relativos às etapas 3 e 4.

TABELA B.12 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_Visc_#_#_#_#&, ETAPAS 3 E 4

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,9	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,5	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0,2	%R90 T10,5 K91,2dB O_B_T	%R90 T10 K39,7dB O_Nul	%R90 T15,4 K23,3dB O_M_P	%R90 T10,2 K53,3dB O_Nul	-----	-----	-----
2500 x0,1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
2500 x0	-----	-----	-----	-----	%R70 T# K5,48dB O_A_P	%R70 T11,5 K19,2dB O_B_P	%R70 T8,18 K14,1dB O_B_P
100 x1	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
100 xjan	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.13 apresenta o conjunto de resultados de &Exp_ViscC_#_#_#_#& relativos às etapas 1 e 2.

TABELA B.13 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_ViscC_#_#_#_#&, ETAPAS 1 E 2

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	A % 90 T11,4 K66,3dB O_B_T	A % 90 T# K#dB O_A_P	A % 90 T# K#dB O_A_P	A % 90 T64,8 K48dB O_A_I	A % 80 T# K#dB O_A_I	A % 80 T# K#dB O_A_I	A % 80 T# K#dB O_A_I
2500 x0,9	A % 90 T11,2 K74dB O_B_T	A % 90 T# K#dB O_A_I	A % 90 T# K#dB O_A_P	A % 90 T59,6 K59,8dB O_A_I	A % 80 T# K# dBO_A_I	A % 80 T# K#dB O_A_I	A % 80 T# K#dB O_A_I
2500 x0,5	A % 90 T10,3 K73,3dB O_B_T	A % 80 T9,88 K18,7dB O_B_T	A % 90 T# K#dB O_A_P	A % 90 T68,3 K55,3dB O_A_I	A % 90 T# KdB O_B_P	A % 60 T5,63 K16,5dB O_B_P	A % 80 T12,1 K19,4D bO_B_P
2500 x0,2	A % 90 T10,5 K86dB O_B_T	A % 90 T11,3 K47dB O_Nul	A % 80 T13,5 K15,2dB O_Nul	A % 90 T# K#dB O_A_I	A % 70 T42,6 K17,9dB O_Nul	A % 80 T27,7 K23,3dB O_Nul	A % 80 T34 K20,8dB O_Nul
2500 x0,1	A % 90 T17,9 K55,9dB O_M_T	A % 60 T7,72 K13,6dB O_Nul	A % 60 T5,24 K17,5dB O_A_P	A % 60 T# K#dB O_A_P	A % 30 T3,48 K12dB O_M_P	A % 80 T# K#dB O_A_I	A % 80 T# K#dB O_A_I
2500 x0	A % 90 T20,3 K73,3dB O_A_T	A % 90 T10,2 K36,6dB O_Nul	A % 90 T11,8 K30,1dB O_B_T	A % 90 T38,3 K32,8dB O_A_I	A % 60 T34,6 K13,3dB O_b_T	A % 80 T24,4 K18,9dB O_B_T	A % 80 T20,3 K20,1dB O_B_T
100 x1	A % 90 T12,6 K75dB O_B_T	A % 90 T12,3 K39,5dB O_B_I	A % 90 T# K?dB O_A_P	A % 90 T# K#dB O_A_P	A % 20 T4,59 K11,1dB O_Nul	A % 80 T# K#dB O_A_I	A % 80 T# K#dB O_A_I
100 xjan	A % 90 T14,6 K72,5dB O_B_T	A % 90 T12,2 K36,8dB O_Nul	A % 90 T# K#dB O_B_T	A % 90 T# K?dB O_A_P	A % 90 T21 K17,4dB O_A_I	A % 80 T# K#dB O_A_I	%R80 T# K#dB O_A_I

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

A TABELA B.14 apresenta o conjunto de resultados de &Exp_ViscC_#_#_#_#& relativos às etapas 3 e 4.

TABELA B.14 – CONJUNTO DE RESULTADOS DE &Exp_ViscC_#_#_#_#&, ETAPAS 3 E 4

	Harm _R_M1	Harm _PR_M1	Harm _R_M2	Harm _PR_M2	Band _M1	Band _M2	Band _M1-2
2500 x1	%R90 T12,2 K68dB O_B_T	%R90 T# K#dB O_A_I	%R90 T# K#dB O_A_P	%R90 T9,87 K77,5dB O_B_T	%R80 T# K#dB O_A_P	%R80 T# K#dB O_A_P	%R80 T# K#dB O_A_I
2500 x0,9	%R90 T11,7 K74dB O_B_T	%R90 T# K#dB O_A_O	%R90 T# K#dB O_A_P	%R90 T9,69 K63,9dB O_B_T	%R80 T# K#dB O_A_P	%R80 T# K#dB O_A_I	%R80 T# K#dB O_A_I
2500 x0,5	%R90 T10,2 K71,8dB O_B_T	%R80 T7,92 K23,5dB O_B_P	%R90 T# K#dB O_A_P	%R90 T10,5 K68,5dB O_B_T	%R80 T# K#dB O_M_P	%R60 T7,83 K18,6dB O_M_P	%R80 T# K#dB O_M_P
2500 x0,2	%R90 T10,4 K85,9dB O_B_T	%R90 T9,68 K47,9dB O_B_T	%R90 T13,2 K15,1dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_I	%R70 T5,05 K23dB O_B_P	%R80 T150 K19dB O_B_P	%R80 T9,27 K25,8dB O_B_P
2500 x0,1	%R90 T10,1 K56,3dB O_Nul	%R60 T5,76 K14dB O_Nul	%R60 T5,02 K19,3dB O_M_T	%R60 T4,94 K26,3dB O_M_I	%R30 T5,06 K12dB O_M_T	%R80 T7,61 K32,7dB O_B_P	%R80 T6,7 K31,9dB O_B_P
2500 x0	%R90 T10,5 K73,5dB O_B_T	%R90 T10,1 K36,6dB O_Nul	%R90 T10,9 K31,3dB O_Nul	%R90 T41,5 K34,6dB O_M_P	%R60 T4,89 K17,8dB O_B_P	%R80 T10,7 K24,7dB O_B_P	%R80 T9,34 K24dB O_B_P
100 x1	%R90 T10,2 K74,3dB O_B_T	%R90 T10,1 K39,5dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_A_P	%R90 T# K#dB O_A_P	%R20 T# K6,4dB O_A_P	%R80 T# K#dB O_A_I	%R80 T# K#dB O_A_I
100 xjan	%R90 T10 K71,9dB O_B_T	%R90 T10,1 K36,6dB O_Nul	%R90 T# K#dB O_B_T	%R90 T# K#dB O_A_P	%R90 T7,42 K18dB O_M_P	%R80 T# K#dB O_A_I	%R80 T# K#dB O_A_I

Legenda

O Osci- lação	Nul Nula	A Alta	M Média	B Baixa	P Perma- nente	T Tran- siente	I Ins- tável
---------------------	-------------	-----------	------------	------------	----------------------	----------------------	--------------------

FONTE: o autor.

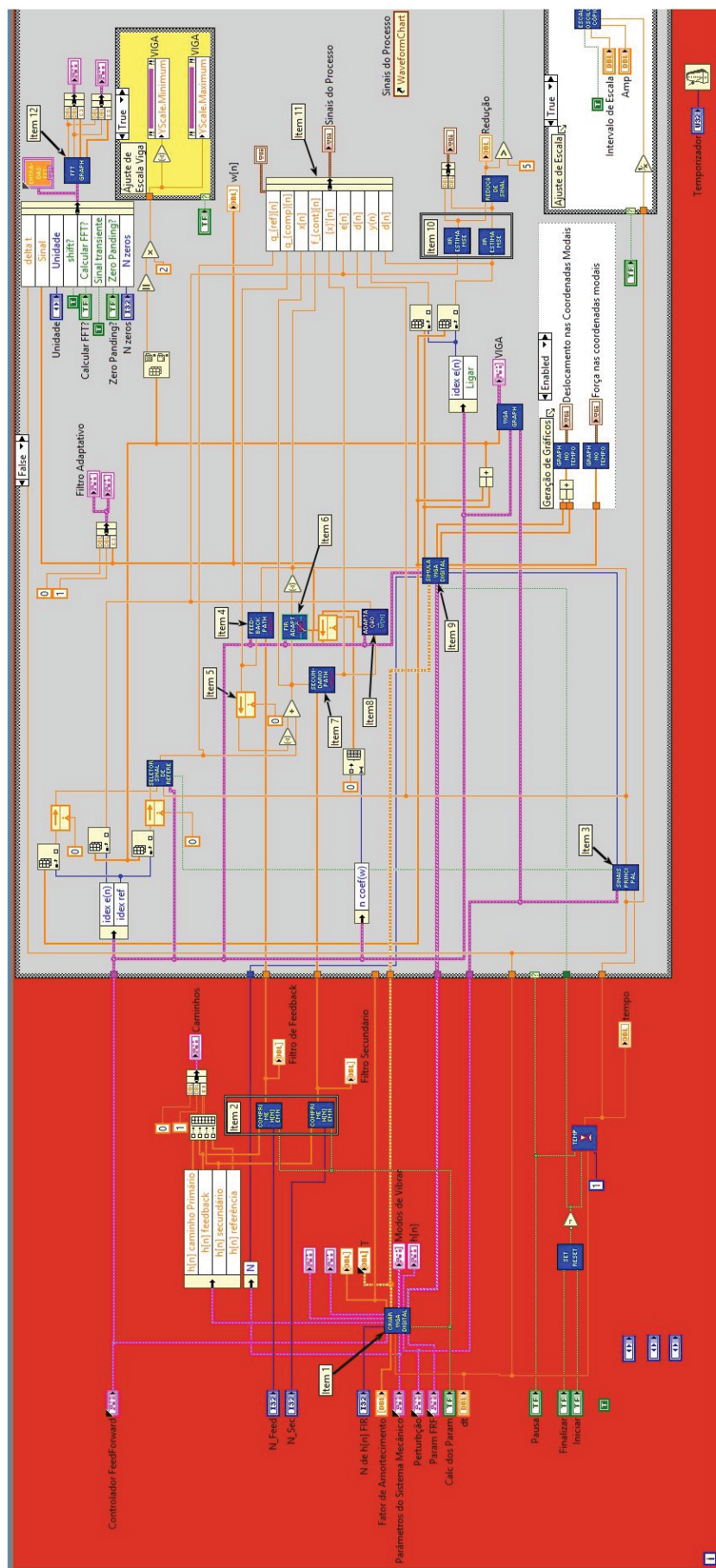
APÊNDICE C – IMPLEMENTAÇÃO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES EM LABVIEW

Encontra-se neste apêndice a implementação da simulação numérica de interesse no LabVIEW.

Existem duas formas estruturais de se implementar o diagrama da FIGURA 70, no LabVIEW: usando a estrutura "For Loop" ou a estrutura "While Loop" (ESSICK, 2013). De forma geral, a estrutura "While Loop" é mais vantajosa para visualização e compreensão de fenômenos em simulações curtas, uma vez que emula a situação experimental de controle ativo. Já a estrutura "For Loop" é adequada para fazer estudos que requerem uma ou mais simulações longas.

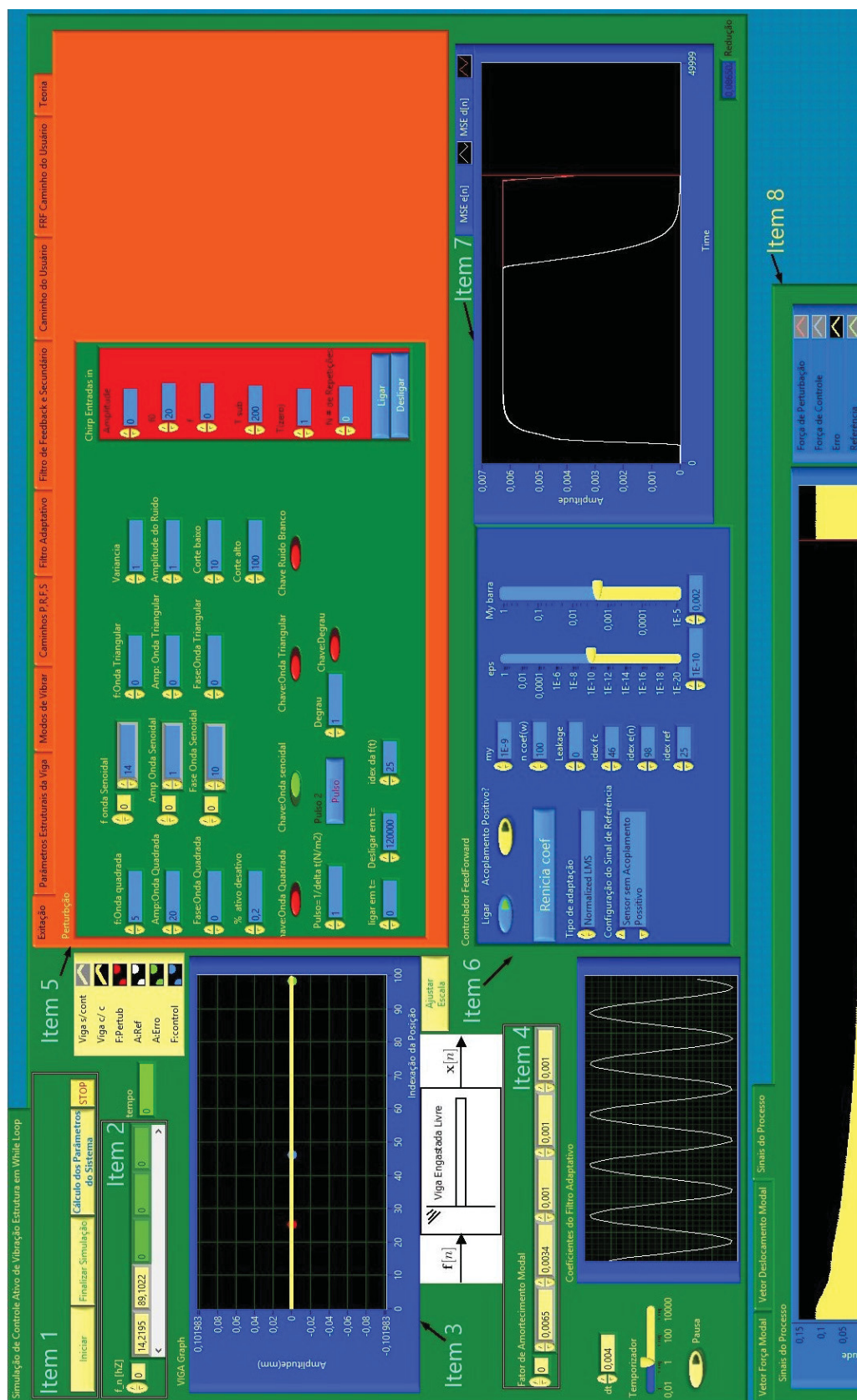
Ambas estruturas foram programadas. Porém, só será apresentada a implementação da estrutura "While Loop", cuja aparência possui maior similaridade ao diagrama da FIGURA 70. O diagrama de blocos e o painel frontal desta implementação são apresentados nas FIGURAS B.1 e B.2, respectivamente.

FIGURA B.1 – DIAGRAMA DE BLOCOS PARA SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES



FONTE: o autor.

FIGURA B.2 – PAINEL FRONTAL PARA SIMULAÇÃO DE CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES



FONTE: o autor.

Explica-se abaixo, cada item indicado no diagrama de blocos da FIGURA B.1, o qual é executado pelo código associado. Tem-se então que

- item 1 correspondente à subrotina (ou subVI) que calcula os parâmetros para a simulação, como modos de vibrar, frequências naturais e coeficientes de filtros para simulação, dentre outros;
- item 2, subVI que ajusta o número de coeficientes do filtro de *feedback* para N_{feed} e o número de coeficientes do filtro secundário para N_{sec} ;
- item 3, subVI que gera o sinal de perturbação definido pelo usuário;
- item 4, subVI que realiza o filtro de caminho de *feedback*;
- item 5, unidade de atraso (*delay*) do LabVIEW;
- item 6, subVI que realiza o filtro FIR adaptativo;
- item 7, subVI que realiza o filtro de caminho de secundário;
- item 8, subVI que realiza a adaptação dos coeficientes do filtro FIR adaptativo do item 6;
- item 9, subVI que simula o modelo digital da viga (neste caso, os dois blocos de viga-engastada livre da FIGURA 70);
- item 10, subVI que realiza o filtro $H_\mu[z]$ (ver equação 4.2);
- item 11, barramento utilizado para visualizar os sinais $q_{ref}[n]$, $q_{comp}[n]$, $x[n]$, $f_{cont}[n]$, $x'[n]$, $e[n]$, $d[n]$ e $y[n]$ no painel frontal (pode-se verificar em qual ramos do código está ligado cada elemento do barramento neste item, estabelecendo, assim, uma relação entre FIGURA B.1 e a FIGURA 70);
- item 12, subVI que executa a transformada rápida de Fourier no vetor de coeficientes do filtro adaptativo.

Já a lista abaixo explica os controles e indicadores de cada item destacado no painel frontal da FIGURA B.2. Tem-se que

- item 1, botões de simulação;
- item 2, vetor de frequências naturais do sistema;
- item 3, visualização gráfica do movimento da viga em coordenadas físicas e dos índices i_{pert} , i_{cont} , i_{erro} e i_{ref} representados por ícones circulares em vermelho, azul, verde e branco respectivamente (o ícone branco não é visualizado por estar sobreposto pelo ícone vermelho);
- item 4, fator de amortecimento modal fornecido pelo usuário;

- item 5, quadro contendo as abas de
 - excitação - em que o usuário manipula o sinal de perturbação e o índice da coordenada i_{pert} onde a atuação da perturbação ocorre;
 - parâmetros estruturais da viga - em que o usuário fornece o módulo de elasticidade, a densidade do material, o comprimento L , a largura b , a espessura e , o número de elementos discretos do modelo N_{viga} , os modos de vibrar que serão contemplados na simulação e as condições de contorno da viga;
 - modos de vibrar - em que ocorre a visualização dos modos vibrar em um monitor gráfico, bem como a matriz modal U ;
 - caminhos P, R, F, S - em que ocorre a visualização analítica dos caminhos primário, de referência, de *feedback* e secundário contemplados na simulação;
 - filtro adaptativo: Aba na qual ocorre a visualização gráfica do filtro adaptativo no domínio do tempo e no domínio da frequência;
 - filtros de *feedback* e secundário - em que o usuário insere os comprimentos dos filtros de caminho secundário, N_{sec} , e de caminho de *feedback*, N_{feed} , bem como visualiza graficamente estes filtros no domínio do tempo;
 - caminho de viga - em que o usuário escolhe dois pontos que definem um caminho na viga e visualiza a resposta pulsada entre estes dois pontos;
 - FRF caminho de viga - em que o usuário visualiza a FRF do caminho escolhido na aba "caminho de viga";
 - teoria - em que se ilustra o diagrama da FIGURA 70, para auxílio teórico ao usuário;
- item 6, parâmetros atribuídos para a unidade de controle, quais sejam, o tipo de algoritmo de adaptação dos coeficientes do filtro adaptativo, o número de coeficientes do filtro adaptativo N_{adap} , o passo de adaptação μ , o fator de penalização ϵ do algoritmo FxNLMS, o fator de *feedback* K_{feed} , o índice i_{cont} da coordenada onde a atuação da força de controle ocorre, o índice i_{erro} da coordenada onde a leitura do sinal de deslocamento de erro ocorre, o índice i_{ref} da coordenada onde a leitura do sinal de deslocamento de referência ocorre;
- item 7, visualização gráfica da média de $e^2[n]$ e da média de $d^2[n]$. Ambas as médias são estimadas pelo filtro H_μ (ver equação 4.2). Abaixo do gráfico encontra-se um indicador numérico de $\frac{E[e^2[n]]}{E[d^2[n]]}$;
- item 8, quadro contendo as abas de
 - vetor de força modal - em que ocorre a visualização dos sinais de força modais, contidas no vetor $\mathbf{f}_{modal}[n]$ (vide FIGURA 40);
 - vetor deslocamento modal - em que a visualização dos sinais de deslocamento modal, contidas no vetor $\mathbf{r}[n]$ (vide FIGURA 40);
 - sinais do processo - na qual é possível visualizar graficamente os sinais $q_{ref}[n]$, $q_{comp}[n]$, $x[n]$, $f_{cont}[n]$, $x'[n]$, $e[n]$, $d[n]$ e $y[n]$.